

CORRIGE TYPE - Examen IA Appliquee

2025-2026

Partie 1 - Mathematiques pour l'IA (5 points)

Exercice 1 - Algebre Lineaire (3 pts)

Donnees : $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Solution

1.1) Produit matriciel $A \times B$:

(1.5 pt)

$$A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcul ligne par ligne :

Ligne 1, Colonne 1 : $2 \times 1 + 1 \times 0 = 2 + 0 = 2$

Ligne 1, Colonne 2 : $2 \times 2 + 1 \times 3 = 4 + 3 = 7$

Ligne 2, Colonne 1 : $3 \times 1 + 4 \times 0 = 3 + 0 = 3$

Ligne 2, Colonne 2 : $3 \times 2 + 4 \times 3 = 6 + 12 = 18$

$$A \times B = \boxed{\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 18 \end{pmatrix}}$$

Bareme de notation

Attribution des points (1.5 pt) :

- Methode correcte (produit ligne \odot colonne) : 0.25 pt
- Calcul des 4 elements corrects : 1 pt (0.25 pt \odot 4)
- Reponse finale correcte et encadree : 0.25 pt

Solution

1.2) Determinant de A :

(0.5 pt)

$$\det(A) = ad - bc = (2)(4) - (1)(3) = 8 - 3 = \boxed{5}$$

Bareme de notation

Application correcte de la formule et calcul juste : 0.5 pt

Solution

1.3) Produit $A \times \vec{v}$:

(1 pt)

$$A \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Ligne 1 : $2 \times 2 + 1 \times (-1) = 4 - 1 = 3$

Ligne 2 : $3 \times 2 + 4 \times (-1) = 6 - 4 = 2$

$$A \times \vec{v} = \boxed{\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}}$$

Bareme de notationCalcul correct des 2 composantes : 0.5 pt \oplus 2 = 1 pt**Exercice 2 - Statistiques (2 pts)****Donnees :** Notes = 12, 15, 8, 14, 11, 16, 10, 13**Solution****2.1) Moyenne μ :**

(0.5 pt)

$$\mu = \frac{12+15+8+14+11+16+10+13}{8} = \frac{99}{8} = \boxed{12.375}$$

Bareme de notation

Calcul correct de la somme et division par 8 : 0.5 pt

Solution**2.2) Variance σ^2 :**

(1 pt)

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Calcul des ecarts au carre :

$$(12 - 12.375)^2 = (-0.375)^2 = 0.1406$$

$$(15 - 12.375)^2 = (2.625)^2 = 6.8906$$

$$(8 - 12.375)^2 = (-4.375)^2 = 19.1406$$

$$(14 - 12.375)^2 = (1.625)^2 = 2.6406$$

$$(11 - 12.375)^2 = (-1.375)^2 = 1.8906$$

$$(16 - 12.375)^2 = (3.625)^2 = 13.1406$$

$$(10 - 12.375)^2 = (-2.375)^2 = 5.6406$$

$$(13 - 12.375)^2 = (0.625)^2 = 0.3906$$

Somme : 0.14 + 6.89 + 19.14 + 2.64 + 1.89 + 13.14 + 5.64 + 0.39 = 49.87

$$\sigma^2 = \frac{49.87}{8} = \boxed{6.234}$$

Bareme de notation

- Calcul correct de chaque ecart au carre : 0.5 pt (accepter quelques erreurs d'arrondi)
- Somme et division correctes : 0.5 pt

Solution**2.3) Ecart-type σ :**

(0.5 pt)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6.234} = \boxed{2.497}$$

Bareme de notation

Calcul de la racine carree correct : 0.5 pt

Partie 2 - Machine Learning (10 points)**Exercice 3 - Regression Lineaire (4 pts)****Modele :** Salaire = 3 \times Experience + 25

Solution

3.1) Predictions du modele :

(1 pt)

| Personne | Experience | Reel | Prediction |
|----------|------------|------|------------------------|
| A | 2 | 32 | $3 \times 2 + 25 = 31$ |
| B | 5 | 41 | $3 \times 5 + 25 = 40$ |
| C | 8 | 50 | $3 \times 8 + 25 = 49$ |
| D | 3 | 33 | $3 \times 3 + 25 = 34$ |

Predictions :

Bareme de notation

Les 4 predictions correctes : 0.25 pt \times 4 = 1 pt

Solution

3.2) MAE (Mean Absolute Error) :

(1.5 pt)

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

Calcul des erreurs absolues :

$$|32 - 31| = 1$$

$$|41 - 40| = 1$$

$$|50 - 49| = 1$$

$$|33 - 34| = 1$$

$$MAE = \frac{1+1+1+1}{4} = \frac{4}{4} = \boxed{1}$$

Interpretation : Le modele se trompe en moyenne de **1 000 euros**.

Bareme de notation

- Calcul des 4 erreurs absolues : 0.75 pt
- Moyenne correcte : 0.5 pt
- Reponse finale : 0.25 pt

Solution

3.3) MSE (Mean Squared Error) :

(1 pt)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Calcul des erreurs au carre :

$$(32 - 31)^2 = 1^2 = 1$$

$$(41 - 40)^2 = 1^2 = 1$$

$$(50 - 49)^2 = 1^2 = 1$$

$$(33 - 34)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$MSE = \frac{1+1+1+1}{4} = \frac{4}{4} = \boxed{1}$$

Bareme de notation

- Calcul des carres corrects : 0.5 pt
- Moyenne correcte : 0.5 pt

Solution

3.4) RMSE :

(0.5 pt)

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{1} = \boxed{1}$$

Bareme de notation

Calcul de la racine : 0.5 pt

Exercice 4 - Classification (6 pts)

Solution

4.1) Comptage VP, VN, FP, FN :

(1 pt)

Analysons patient par patient :

| Patient | Vrai | Predit | Type |
|---------|------|--------|------|
| 1 | 1 | 1 | VP |
| 2 | 1 | 1 | VP |
| 3 | 0 | 0 | VN |
| 4 | 1 | 1 | VP |
| 5 | 0 | 1 | FP |
| 6 | 1 | 1 | VP |
| 7 | 0 | 0 | VN |
| 8 | 1 | 0 | FN |
| 9 | 0 | 0 | VN |
| 10 | 1 | 1 | VP |
| 11 | 0 | 0 | VN |
| 12 | 1 | 1 | VP |

Resultat :

- **VP** (Vrai Positif) = $\boxed{6}$
- **VN** (Vrai Negatif) = $\boxed{4}$
- **FP** (Faux Positif) = $\boxed{1}$
- **FN** (Faux Negatif) = $\boxed{1}$

Verification : $6 + 4 + 1 + 1 = 12$

Bareme de notation

Comptage correct des 4 valeurs : 0.25 pt $\times 4 = 1$ pt

Solution

4.2) Matrice de confusion :

(1 pt)

| | | Predit | | Total |
|--------|------------|------------|----------|-------|
| | | Malade (1) | Sain (0) | |
| 2*Reel | Malade (1) | 6 | 1 | 7 |
| | Sain (0) | 1 | 4 | 5 |
| Total | | 7 | 5 | 12 |

Lecture :

- 6 malades correctement identifiés
- 4 sains correctement identifiés
- 1 sain mal classe comme malade (FP)
- 1 malade manque (FN) ← **Problematique en medical !**

Bareme de notation

Matrice correctement remplie avec les 4 cases : 1 pt

Solution

4.3) Accuracy :

(1 pt)

$$\text{Accuracy} = \frac{VP+VN}{\text{Total}} = \frac{6+4}{12} = \frac{10}{12} = \boxed{0.8333}$$

Le modele a une accuracy de **83.33%** (10 predictions correctes sur 12).

Bareme de notation

- Formule correcte : 0.5 pt
- Calcul correct : 0.5 pt

Solution

4.4) Precision :

(1.5 pt)

$$\text{Precision} = \frac{VP}{VP+FP} = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7} = \boxed{0.8571}$$

Interpretation :

Parmi les 7 patients classes comme malades, 6 le sont vraiment.

La precision est de **85.71%** : quand le modele dit "malade", il a raison 6 fois sur 7.

Bareme de notation

- Formule correcte : 0.5 pt
- Calcul correct : 0.5 pt
- Interpretation (bonus si presente) : 0.5 pt

Solution

4.5) Rappel :

(1.5 pt)

$$\text{Rappel} = \frac{VP}{VP+FN} = \frac{6}{6+1} = \frac{6}{7} = \boxed{0.8571}$$

Interpretation :

Parmi les 7 vrais malades, le modele en a detecte 6 (il en a manque 1).

Le rappel est de **85.71%** : le modele detecte environ 6 malades sur 7.

Attention : En contexte medical, un FN (malade non detecte) est tres grave !

Bareme de notation

- Formule correcte : 0.5 pt
- Calcul correct : 0.5 pt
- Interpretation (bonus si presente) : 0.5 pt

Partie 3 - Questions de Cours (5 points)**Exercice 5 - Train/Test et Overfitting (2 pts)****Solution****5.1) Importance du train/test split :** (1 pt)**Reponse attendue :**

Le train/test split est crucial car il permet d'évaluer la **capacite de generalisation** du modele.

Si on teste sur les donnees d'entrainement, le modele "connait deja les reponses" et la performance serait artificiellement gonflée.

Le test set permet de mesurer la performance sur des **donnees jamais vues**, ce qui est la vraie mesure de qualite du modele.

Points clés attendus :

- Evaluer la generalisation
- Eviter de tester sur donnees d'entrainement
- Performance realiste sur nouvelles donnees

Bareme de notation

- Mention de la generalisation : 0.5 pt
- Explication claire et coherente : 0.5 pt

Solution**5.2) Diagnostic et solution :** (1 pt)**Probleme identifie :** Overfitting (surapprentissage)

Le grand ecart entre train (99%) et test (65%) indique que le modele a **memorise** les donnees d'entrainement sans apprendre a generaliser.

Solutions possibles :

- Simplifier le modele (moins de parametres)
- Ajouter plus de donnees d'entrainement
- Utiliser la regularisation (L1/L2)
- Utiliser la validation croisee
- Appliquer le dropout (pour reseaux de neurones)
- Early stopping

(Une ou deux solutions bien expliquees suffisent)

Bareme de notation

- Identification correcte de l'overfitting : 0.5 pt
- Proposition d'au moins une solution valide : 0.5 pt

Exercice 6 - Algorithmes de ML (2 pts)

Solution

6.1) 3 algorithmes de classification : (0.75 pt)

Reponses acceptees :

- k-NN (k-Nearest Neighbors)
- Decision Tree (Arbre de decision)
- Random Forest
- SVM (Support Vector Machine)
- Naive Bayes
- Logistic Regression
- Reseaux de Neurones

(N'importe quels 3 parmi ceux-ci)

Bareme de notation

0.25 pt par algorithme correct (3 \times 0.25 = 0.75 pt)

Solution

6.2) Classification ou Regression : (0.75 pt)

- Predire le prix d'une voiture : **Regression** (valeur continue)
- Detecter un email spam (oui/non) : **Classification** (categorie binaire)
- Predire la temperature demain : **Regression** (valeur continue)

Bareme de notation

0.25 pt par reponse correcte (3 \times 0.25 = 0.75 pt)

Solution

6.3) Supervise vs Non-supervise : (0.5 pt)

Difference :

- **Supervise :** On dispose de **donnees etiquetees** (avec labels). Le modele apprend a partir d'exemples avec reponses.
Exemple : Classification d'emails spam/non-spam avec des emails deja etiquetes.
- **Non-supervise :** On dispose de **donnees sans labels**. Le modele decouvre des structures cachees.
Exemple : Clustering de clients pour identifier des segments (sans savoir a l'avance quels segments existent).

Bareme de notation

- Difference claire (labels vs pas labels) : 0.25 pt
- Exemples pertinents : 0.25 pt

Exercice 7 - K-Means (1 pt)

Solution

7.1) Signification de $k=3$:

(0.5 pt)

$k=3$ signifie que l'algorithme va **regrouper les clients en 3 clusters** (groupes).
Chaque client sera assigne a l'un des 3 groupes selon sa similarite avec les autres.

Bareme de notation

Explication correcte du nombre de clusters : 0.5 pt

Solution

7.2) Choix de k optimal :

(0.5 pt)

Methode : Methode du coude (Elbow method)

On teste plusieurs valeurs de k (ex: $k=1,2,3,4,5\dots$) et on trace l'inertie (somme des distances au centroid).
On choisit k au "coude" de la courbe : le point ou l'amelioration devient marginale.

Autres methodes acceptees :

- Silhouette score
- Connaissance metier
- Gap statistic

Bareme de notation

Mention d'une methode valide avec breve explication : 0.5 pt