جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي

معهد التكنولوجيا (عين مليلة) **قسم التغذية وعلوم الأغذية (ماستر 1)**

الإجابة النموذجية لامتحان الفصل الدراسي الثاني: طرق تحليل البيانات الإحصائية الحيوية

ماي 2026 **المدة: ساعة ونصف**

حل التمرين الأول: الإحصاء الوصفي الاستدلالي (12 نقطة)

1. تحديد المفاهيم الإحصائية:

- **المجتمع الإحصائي المدروس:** مجموعة الفئران المخبرية (60 فأراً).
- **الميزة (الطبع):** تركيز الكوليسترول في مصل الدم (mg/dL).
- **نوعها:** ميزة كمية مستمرة (لأنها تأخذ قيمها في شكل فئات/مجالات).

2. إكمال الجدول الإحصائي: لحساب مركز الفئة x_i: نجمع طرفي الفئة ونقسم على 2، أي: $x_i = \frac{\text{الحد الأعلى+الحد الأدنى}}{2}$.

الفئات (التركيز)	$[120, 140[$	$[140, 160[$	$[160, 180[$	$[180, 200[$	$[200, 220[$	المجموع
عدد الفئران (n_i)	8	12	20	14	6	60
مركز الفئة (x_i)	130	150	170	190	210	/
التكرار المتجمع الصاعد ($n_i^{\nearrow}$)	8	20	40	54	60	/
التكرار المتجمع النازل ($n_i^{\searrow}$)	60	52	40	20	6	/
الجداء ($n_i \cdot x_i$)	1040	1800	3400	2660	1260	10160
الجداء ($n_i \cdot x_i^2$)	135200	270000	578000	505400	264600	1753200

3. الفئة المنوالية: هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار ($n_i = 20$)، ومنه الفئة المنوالية هي: $[160, 180[$.

4. حساب الوسط الحسابي ($\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{\sum(n_i \cdot x_i)}{N} = \frac{10160}{60} \approx 169.33 \text{mg/dL}$$

5. حساب الوسيط (Med) والمنوال (Mod) حسابياً:

- **الوسيط (Med):** رتبة الوسيط هي $\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$. بالنظر إلى التكرار المتجمع الصاعد، نجد أن الرتبة 30 تقع في الفئة الوسيطية $[160, 180[$. نطبق قانون الاستكمال الخطي:

$$Med = L_1 + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{med-1}}{n_{med}} \right) \cdot c$$

حيث: $L_1 = 160$ (الحد الأدنى للفئة)، $F_{med-1} = 20$ (التكرار المتجمع الصاعد السابق)، $n_{med} = 20$ (تكرار الفئة)، $c = 20$ (طول الفئة).

$$Med = 160 + \left(\frac{30 - 20}{20} \right) \cdot 20 = 160 + 10 = 170 \text{mg/dL}$$

• **المنوال (Mod):** نطبق صيغة الفروق (طريقة كينج):

$$Mod = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \cdot c$$

حيث: $\Delta_1 = n_{mod} - n_{mod-1} = 20 - 12 = 8$
$\Delta_2 = n_{mod} - n_{mod+1} = 20 - 14 = 6$

$$Mod = 160 + \left(\frac{8}{8+6}\right) \cdot 20 = 160 + \left(\frac{8}{14}\right) \cdot 20 \approx 160 + 11.43 = 171.43\text{mg/dL}$$

6. حساب التباين (S^2): نستخدم القانون المختصر (صيغة كونيج):

$$S^2 = \frac{\sum(n_i \cdot x_i^2)}{N} - (\bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{1753200}{60} - (169.33)^2 = 29220 - 28672.65 = 547.35(\text{mg/dL})^2$$

حل التمرين الثاني: الارتباط والانحدار الخطي (8 نقاط)

1. تمثيل سحابة النقاط: يتم رسم معلم متعامد ومتجانس حيث يمثل المحور الأفقي كمية السماد X والمحور العمودي يمثل المردود Y. يتم تعيين النقاط الستة: $(2,15), (4,22), (6,28), (8,35), (10,42), (12,50)$ ليتضح شكل العلاقة الطردية الخطية.

2. إحداثيات النقطة المتوسطة $G(\bar{X}, \bar{Y})$:

$$\bar{X} = \frac{2+4+6+8+10+12}{6} = \frac{42}{6} = 7\text{kg/m}^{\,2}$$

$$\bar{Y} = \frac{15+22+28+35+42+50}{6} = \frac{192}{6} = 32\text{قنطار/هكتار}$$

إذن إحداثيات النقطة المتوسطة هي: $G(7, 32)$.

3. إيجاد معادلة مستقيم الانحدار لـ Y بدلالة X ($Y = aX + b$): نحتاج أولاً للحسابات التالية:

- $\sum X_i = 42 \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = 7$
- $\sum Y_i = 192 \quad \Rightarrow \quad \bar{Y} = 32$
- $\sum X_i^2 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + 10^2 + 12^2 = 4 + 16 + 36 + 64 + 100 + 144 = 364$
- $\sum (X_i \cdot Y_i) = (2 \times 15) + (4 \times 22) + (6 \times 28) + (8 \times 35) + (10 \times 42) + (12 \times 50) = 30 + 88 + 168 + 280 + 420 + 600 = 1586$

حساب الميل a:

$$a = \frac{\sum (X_i \cdot Y_i) - N \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sum X_i^2 - N \cdot (\bar{X})^2} = \frac{1586 - 6 \cdot 7 \cdot 32}{364 - 6 \cdot 7^2}$$

$$a = \frac{1586 - 1344}{364 - 294} = \frac{242}{70} \approx 3.457$$

حساب الثابت b:

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 32 - (3.457 \cdot 7) = 32 - 24.2 \approx 7.8$$

ومنها معادلة مستقيم الانحدار هي:

$$\mathbf{Y = 3.46X + 7.8}$$

4. التنبؤ بالمردود المتوقع عند استخدام $15\,kg/m^2$ من السماد ($X = 15$): نعوض قيمة X في معادلة الانحدار المحسوبة:

$$Y = 3.457 \cdot (15) + 7.8 = 51.855 + 7.8 = 59.655\text{قنطار/هكتار}$$

المردود المتوقع هو حوالي 59.66 **قنطار/هكتار**.