

Corrigé type contrôle MDF

Exercice 1 : (5 pts)

Appliquer d'abord la conservation du débit volumique (équation de continuité) pour un fluide incompressible : $A_1 V_1 = A_2 V_2$, où $A = \pi D^2/4$.

- Aires des sections : $A_1 = \pi(0.04)^2/4 = 1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ et $A_2 = \pi(0.02)^2/4 = 3.142 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.
- Donc $V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} = 2 \times \frac{1.257 \times 10^{-3}}{3.142 \times 10^{-4}} = 8 \text{ m/s}$.

Ensuite, appliquer l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2 (conduite horizontale, $z_1 = z_2$) :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

- Calculs : $\frac{V_1^2}{2g} = \frac{4}{19.62} = 0.204 \text{ m}$ et $\frac{V_2^2}{2g} = \frac{64}{19.62} = 3.262 \text{ m}$.
- $\frac{P_1}{\rho g} = \frac{300000}{1000 \times 9.81} = 30.58 \text{ m}$.
- Donc $\frac{P_2}{\rho g} = 30.58 + 0.204 - 3.262 = 27.522 \text{ m}$, d'où $P_2 = 270 \text{ kPa environ}$.

Interprétation :

La vitesse augmente en section rétrécie (continuité), ce qui entraîne une diminution de pression par Bernoulli, typique des effets Venturi. Cet exercice illustre les bases de la dynamique des fluides parfaits en régime stationnaire.

Exercice 2 : (7 pts)

1. Vitesses et Reynolds :

- $A_1 = \pi(0.025)^2 = 1.96 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $V_1 = Q/A_1 = 2.55 \text{ m/s}$.
- $A_2 = \pi(0.0125)^2 = 4.91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, $V_2 = Q/A_2 = 10.2 \text{ m/s}$.
- $Re_1 = V_1 D_1 / \nu = 127500$ (turbulent).
- $Re_2 = 127500$ (turbulent).

2. Pertes linéaires :

Selon la formule de Darcy-Weisbach, Blasius $\lambda = 0.316 Re^{-0.25}$:

- $\lambda_1 = 0.316(127500)^{-0.25} = 0.014$.
- $h_{f1} = \lambda_1 (L_1/D_1) (V_1^2/2g) = 0.028 \times 400 \times 0.033 = 0.37 \text{ m}$.
- $\lambda_2 = 0.316(127500)^{-0.25} = 0.014$.
- $h_{f2} = 0.031 \times 200 \times 0.53 = 0.265 \text{ m}$.

3. Perte singulière : $h_s = K(V_2^2/2g) = 0.5 \times 0.53 = 0.265 \text{ m}$

4. Bernoulli généralisée (horizontale) : $\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f1} + h_{f2} + h_s$

- $\frac{P_1}{\rho g} = 20.38 \text{ m}$, $\frac{V_1^2}{2g} = 0.34 \text{ m}$, $\frac{V_2^2}{2g} = 3.29 \text{ m}$.
- $P_2 = \rho g(20.38 + 0.033 - 0.53 - 0.37 - 3.29 - 0.265) = -84.93 \text{ Pa}$.

-84,93 Pa

Vérification :

Les pertes totales $h_{total} = 4.42$ m expliquent la chute de pression significative due aux frottements linéaires dominants et à l'accélération.

Exercice 3 : (8 pts)

Partie I : Etude de la buse

- 1) Vitesse d'écoulement : $v_1 = \frac{4q_v}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0.4 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 0.01^2} = 5 \text{ m/s}$
- 2) Equation de continuité : $v_1 s_1 = v_2 s_2$, $d_2 = d_1 \sqrt{\frac{v_1}{v_2}} = 10 \sqrt{\frac{5}{20}} = 5 \text{ mm}$
- 3) Equation de Bernoulli : $\frac{p_2 - p_1}{\rho_{huile}} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$ or $z_2 = z_1$ et $p_2 = p_{atm}$ donc
 $p_1 = p_2 + \rho_{huile} \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = 10^5 + 800(20^2 - 5^2) = 2.510^5 = 2.5 \text{ bar}$

Partie II : Etude du manomètre (Tube en U)

- 1) RFH entre 1 et 3 : $p_3 - p_1 = \rho_{huile} g(z_1 - z_3)$
 $p_3 = p_1 + \rho_{huile} g(z_1 - z_3) = 2.5^5 + 800 \cdot 9.81 \cdot 1.274 = 2.6 \cdot 10^5 = 2.6 \text{ bar}$
- 2) RFH entre 3 et 4 : $p_3 - p_4 = \rho_{mercure} g(z_4 - z_3)$ or $(z_4 - z_3) = h$
 $h = \frac{p_3 - p_4}{\rho_{mercure} g} = \frac{2.6 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5}{13600 \cdot 9.81} = 1.2 \text{ m}$