Université Larbi ben M'hidi Oum El Bouaghi
Institut des Sciences et des Techniques Appliquées
Département : Gestion des Entreprises et des Administrations

Corrigé Type : Traitement des données financières

Année universitaire : 2024-2025 — Durée : 1.5 heures
3ème année filière : Comptabilité et finance — Date: 15/01/2025

تمرين الأول: (08 نقاط)

1- تعيين القوانين الاحتمالية وتوابع التوزيع لكل من: X ، $Z = A - B$

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
$P(X)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36	1
$F(X)$	1/36	3/36	6/36	10/36	15/36	21/36	26/36	30/36	33/36	35/36	1	

Z	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	Σ
$P(Z)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36	1
$F(Z)$	1/36	3/36	6/36	10/36	15/36	21/36	26/36	30/36	33/36	35/36	1	

حساب الأمل الرياضي و التباين للمتغير العشوائي X

$$\mathbb{E}(X) = \sum x_i \mathbb{P}(X = x_i) = x_1 \mathbb{P}(X = x_1) + x_2 \mathbb{P}(X = x_2) + \ldots + x_{11} \mathbb{P}(X = x_{11})$$
$$\mathbb{E}(X) = 2 \times \mathbb{P}(X = 2) + 3 \times \mathbb{P}(X = 3) + \ldots + 12 \times \mathbb{P}(X = 12)$$
$$\mathbb{E}(X) = 2 \times 1/36 + 3 \times 2/36 + \ldots + 12 \times 1/36$$
$$\mathbb{E}(X) = 7$$

نعلم أن:

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) + \mathbb{E}(X)^2$$
$$\mathbb{E}(X^2) = \sum x_i^2 \mathbb{P}(X = x_i) = x_1^2 \mathbb{P}(X = x_1) + x_2^2 \mathbb{P}(X = x_2) + \ldots + x_{11}^2 \mathbb{P}(X = x_{11})$$
$$\mathbb{E}(X^2) = 2^2 \times \mathbb{P}(X = 2) + 3^2 \times \mathbb{P}(X = 3) + \ldots + 12^2 \times \mathbb{P}(X = 12)$$
$$\mathbb{E}(X^2) = 54,5$$
$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) + \mathbb{E}(X)^2 = 54,5 - 49 = 5,5$$

حساب الأمل الرياضي و التباين للمتغير العشوائي Z

$$\mathbb{E}(Z) = \sum z_i \mathbb{P}(Z = z_i) = z_1 \mathbb{P}(Z = z_1) + z_2 \mathbb{P}(Z = z_2) + \ldots + z_{11} \mathbb{P}(Z = z_{11})$$
$$\mathbb{E}(Z) = -5 \times \mathbb{P}(Z = -5) + (-4) \times \mathbb{P}(Z = -4) + \ldots + 5 \times \mathbb{P}(Z = 5)$$
$$\mathbb{E}(Z) = -5 \times 1/36 + (-4) \times 2/36 + \ldots + 5 \times 1/36$$
$$\mathbb{E}(Z) = 0$$

نعلم أن:

$$\mathbb{V}(Z) = \mathbb{E}(Z^2) + \mathbb{E}(Z)^2$$
$$\mathbb{E}(Z^2) = \sum z_i^2 \mathbb{P}(Z = z_i) = z_1^2 \mathbb{P}(Z = z_1) + z_2^2 \mathbb{P}(Z = z_2) + \ldots + z_{11}^2 \mathbb{P}(Z = z_{11})$$
$$\mathbb{E}(Z^2) = (-5)^2 \times \mathbb{P}(Z = 2) + (-4)^2 \times \mathbb{P}(Z = 3) + \ldots + 5^2 \times \mathbb{P}(Z = 5)$$
$$\mathbb{E}(Z^2) = 5,83$$
$$\mathbb{V}(Z) = \mathbb{E}(Z^2) + \mathbb{E}(Z)^2 = 5,83 - 0 = 5,83$$

حساب كل من: $P(0<Z\leq 5)$ ، $P(-7<Z<-5)$ ، $P(-3\leq Z\leq -2)$ ، $P(-4<Z\leq 0)$

$P(-4<Z\leq 0)=P(Z=-3)+\cdots+P(Z=0)=3/36+4/36+5/36+6/36=1/2$ ½

$P(-3\leq Z\leq -2)=P(Z=-3)+P(Z=-2)=3/36+4/36=7/36\approx 0,194$ ½

$P(-7<Z<-5)=0$ ½

$P(0<Z\leq 5)=P(Z=1)+\cdots+P(Z=5)$

$P(0<Z\leq 5)=5/36+4/36+3/36+4/36+1/36=17/36\approx 0,482$ ½

التمرين الثاني (07 نقاط)

التأكد من أن الدالة دالة كثافة إحتمالية: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\underbrace{\int_{-\infty}^{1} f(x)dx}_{=0}+\int_{1}^{2}(6x^2/29)dx+\int_{2}^{3}(6x/29)dx+\underbrace{\int_{3}^{+\infty} f(x)dx}_{=0}$$ (1)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=(6/29)\times\left\{\left[x^3/3\right]_1^2+\left[x^2/2\right]_2^3\right\}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=(6/29)\times\left[(7/3)+(5/2)\right]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$$ (1)

حساب كل من: $\mathbb{E}(X)$ ، $\mathbb{V}(X)$

$$\mathbb{E}(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\underbrace{\int_{-\infty}^{1} xf(x)dx}_{=0}+\int_{1}^{2}x(6x^2/29)dx+\int_{2}^{3}x(6x/29)dx+\underbrace{\int_{3}^{+\infty} xf(x)dx}_{=0}$$ (1)

$$\mathbb{E}(X)=\int_{1}^{2}(6x^3/29)dx+\int_{2}^{3}(6x^2/29)dx$$

$$\mathbb{E}(X)=(6/29)\times\left\{\left[x^4/4\right]_1^2+\left[x^3/3\right]_2^3\right\}$$

$$\mathbb{E}(X)=(6/29)\times\left[(15/4)+(19/3)\right]$$

$$\mathbb{E}(X)=726/348\approx 2,086$$ (1)

نعلم أن: $\mathbb{V}(X)=\mathbb{E}(X^2)-\mathbb{E}(X)^2$

$$\mathbb{E}(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2f(x)dx$$

$$\mathbb{E}(X^2)=\underbrace{\int_{-\infty}^{1} x^2f(x)dx}_{=0}+\int_{1}^{2}x^2(6x^2/29)dx+\int_{2}^{3}x^2(6x/29)dx+\underbrace{\int_{3}^{+\infty} x^2f(x)dx}_{=0}$$ (1)

$$\mathbb{E}(X^2)=\int_{1}^{2}(6x^3/29)dx+\int_{2}^{3}(6x^3/29)dx$$

$$\mathbb{E}(X^2)=(6/29)\times\left\{\left[x^5/5\right]_1^2+\left[x^4/4\right]_2^3\right\}$$

$$\mathbb{E}(X^2)=(6/29)\times\left[(31/5)+(65/4)\right]$$

$$\mathbb{E}(X^2)=(2694/580)\approx 4,644$$ (1)

ومنه التباين: $\mathbb{V}(X)=\mathbb{E}(X^2)-\mathbb{E}(X)^2=\mathbb{V}(X)=4.644-(2,086)^2\approx 0,29$ (1)

(05 نقاط)

الإجابة عن الأسئلة النظرية:

1- خطأ: عندما يكون $n < 50$ و $p < 0.1$ نستخدم قانون بواسو كتقريب لقانون ثنائي الحد. عندما يكون $n > 50$

2-خطأ: إن عدد لوحات السيارات التي يمكن الحصول عليها من استعمال حرفين من الأحرف الهجائية و 3 أرقام إلى يسار هذه الأحرف مع جواز تكرار الحرف والرقم هو: 544321 لوحة. **544320 لوحة**

3-خطأ: إن عدد لوحات السيارات التي يمكن الحصول عليها من استعمال حرفين من الأحرف الهجائية و 3 أرقام إلى يسار هذه الأحرف مع جواز تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم هو: 564481 لوحة. **564480 لوحة**

4-إذا كانت دالة الكثافة من الشكل: $f(x) = 2x$ حيث: $x \in [0,1]$ ، $x \notin [0,1]$ فإن: $E(x) = 2/3$ ، $V(x) = 1/2$. صحيح

5-نقول عن المتغير العشوائي X أنه يتبع قانون بواسو عندما تكون عدد النجاحات مستقلة عن بعضها البعض ويبقى متوسط حدوثها ثابتا في وحدة الزمن. صحيح

6-نقول عن المتغير العشوائي X أنه يتبع القانون الطبيعي ذو المتوسط μ والإنحراف المعياري σ ونكتب في هذه الحالة: $X \sim N(\mu,\sigma)$. صحيح

7- إذا كانت دالة الكثافة من الشكل: $f(x) = 1/2$ حيث: $1 < x < 3$ فإن تابع التوزيع يساوي: $F(x) = \frac{1}{2}x$. صحيح

8- هل تعتبر هذه العلاقة صحيحة: $\mathbb{P}(z < -1,95) = 0.0256$ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري. صحيح

9- هل تعتبر هذه العلاقة صحيحة: $\mathbb{P}(z \geq 0,55) = 0.2912$ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري. صحيح

10- هل تعتبر هذه العلاقة صحيحة: $\mathbb{P}(-0,12 \leq z \leq 2.1) = 0.5299$ باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري. صحيح