**Corrigé Contrôle**

**Exercice 1 : ( Points)**

Considérons le signal x(t) pour lequel f0 = 1 KHz

 x(t) = 2 cos(2πf0t) + 3 sin(2πf0t) + 2 sin(4πf0t);

1. Que représente f0?
2. Quelle est la valeur de a0? Qu’est ce qu’elle représente ?
3. Quel est le nombre d’harmoniques n ?
4. Donner l’expression temporelle du signal x(t) sous forme de série de Fourier complexe.
5. Représenter les spectres d’amplitude et de phase correspondants.

**Réponse :**

x(t) = 2 cos(2πf0t) + 3 sin(2πf0t) + 2 sin(4πf0t);

1. **f0**: fréquence fondametale
2. **a0**= 0 : Valeur moyenne ou composante continue.
3. **Nombre d’harmoniques** n = 2 ; à partir de la forme générale x(t) = a0 +
4. **Expression de x(t) forme complexe**

x(t) = Xn: Coefficients de Fourier

avec Xn = (an – j bn) pour n ≥ 1

 Xn = (an + j bn) pour n ≤ -1

 et = Arctg

**n = 2**

Soit x(t) =

Déterminons an et bn

a0 = 0 ;

a1= 2 ; b1= 3 ;

a2= 0 ; b2= 2 ;

X0 = a0 = 0 ;

X-1 = (a1 + j b1) = 1 + j ; X1 = (a1 – j b1) = 1 – j

X-2 = (a2 + j b2) = j ; X2 = (a2 - j b2) = - j

 = Arctg = Arctg = Arctg = Arctg

 x(t) =

 1,8

 1

 -2 -1 1 2 f[KHz]

 ϕ

 -2 -1 1 2 f[KHz]

1. **Représenter les spectres d’amplitude et de phase**

 ;

**Exercice 2 : ( Points )**

1. Soit l’intégrale impropre ci-après :

Pour quelle valeur de α l’intégrale converge ? Justifier votre réponse

1. Calculer les intégrales suivantes et déterminer leur convergence, en précisant leur domaine de définition :

Le théorème des Intégrales de Riemann est-il vérifié ? Justifier

1. Calculer l’intégrale suivante et déterminer sa convergence, en précisant son domaine de définition :

*Indication :*
 *(a ≠ 0)*

**Réponse :**

Soit

1. L’intégrale converge pour α > 1

**Justification : Intégrales de Riemann**

 (a > 0) (resp. b < 0) converge si et seulement si α > 1

1. **Calcul des intégrales**

 Df = [1 + ∞[

 =

 est divergente

 Df = [1 + ∞[

 =

 = 1 est convergente

Le théorème des Intégrales de Riemann est vérifié ;

 diverge ; α = < 1 et converge ; α = 2 > 1

1. **Calcul de l’intégrale**

 Df  = ] -∞ , +∞ [

 est convergente

**Exercice 3 : ( Points )**

 Soit f une fonction continue définie par :

1. Trouver la valeur de b telle que la fonction f est une fonction de densité de probabilité.
2. Calculer E[Y] et Var[Y] en utilisant la valeur de b obtenue.
3. Déterminer la fonction de répartition F(x).
4. Calculer P(0 ≤ X ≤ 1/2).

1. f(y) est une fonction de densité de probabilité

* f(y) continue
* f(y) ≥ 0 ;
*

Soit

2. Calcul de E[Y] et de Var[Y]

E[Y] = = 0,75

 Var[Y] = E[Y2] – (E[Y])2

 E[Y2] =

Var[y] = 0,6 - (0,75)2 = 0,0375

3. Fonction de répartition

* x < 0

 0

* 0 ≤ x ≤ 1

 0 0

* x > 1

4. P(0 ≤ X ≤ ) = F(1/2) – F(0) = 1/8 = 0,125