Corrigé R&T L3 Ondes et Prop

Questions (4pts)

Q1.La fréquence d'une onde électromagnétique est f= 1GHz. $\varepsilon_r = 9$ ($c = 3.10^8$m/s) **1.5pts**

Vitesse de propagation : $V=C/(\varepsilon r)^{1/2}=1.10^8$m/s Longueur d'onde : $\lambda = V/f = 0.1$m

Q2. Rappel : la polarisation est en rapport avec la direction du champ électrique E : **2.5pts**

$$E_x = \text{Eo}\cos(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} - \mathbf{kz} - \boldsymbol{\pi/3}) \quad E_y = Eo\cos(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} - \mathbf{kz} - \boldsymbol{\pi/3})$$

Les amplitudes des composantes du champ électrique sont égales : $E_{0x} = E_{0y} = E_0$

Le déphasage $\varphi = \varphi_{0x} - \varphi_{0y} = 0$; Il s'agit d'une polarisation rectiligne

Exercice1 (9pts)

1) Pour $\omega=2\pi\ 10^{14}$rad / s : $F=10^{14}$Hz . $B_0=\frac{E_0}{c} = 72.33.10^{-8}$ **Tesla** **1.5pts**

2) Champ électrique en notation complexe et montrer que div $\vec{E} = 0$. **2pts**

$$\vec{E}(z,t)= E_0\ e^{(j(\omega t - kz))}\ \vec{u}_x$$

Prop . selon Oz : dans le plan d'onde : $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial}{\partial z}$ donne $\vec{k}\ .\ \vec{E} = 0 \ \rightarrow$ div $\vec{E} = 0$

3) a) $\vec{P} = \vec{E}\wedge\vec{H}$ = ExHy $\vec{u}_z$ avec $H_0= B_0/\mu_0=E_0/(\mu_0 c)$ (**à calculer**) **2pts**

donc $\vec{P} = c\ \varepsilon_0\ E_0^2(\cos(\omega t - kz))^2\ \vec{u}_z$

La direction de $\vec{P}$ **: selon oz ;** C'est une densité de puissance : unité (W/m^2) (**à justifier**) **1 pts**

b)Valeur moyenne$<\vec{P}>$ (**à calculer**) : $<\vec{P}> = (1/2)\ c\ \varepsilon_0\ E_0^2 =$ 62.5W/m^2; **1.5 pts**

c) Puissance moyenne rayonnée à travers une surface $S = 160\ cm^2$ $P_{moy}= <\vec{P}>S=$ 1W **1pts**

Exercice 2(7pts) : $\vec{B}(t) = B_0\cos(\pi\ x/a)\cos(\omega t - k\ z)\ \vec{u}_y$

1. composantes du champ électrique : à partir des équations de Maxwell.

Soit l'équation de Maxwell dans le vide : $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ elle permet de donner : (**à calculer**)

$(E_x = B_o(c)\cos(\pi x/a)\cos(\omega t - kz))$; (Ey=0) ; $(Ez = -B_o(c/k)(\pi/a)\sin(\pi x/a)\sin(\omega t - kz))$ **2 pts**

2) $\vec{B}(t)$ est suivant l'axe y, perpendiculaire à la direction de propagation, le champ électrique est suivant les axes x et z : (C'est le mode TM (transverse magnétique)) : **1 pts**

3) Le vecteur de Poynting est le produit vectoriel $\vec{P} = \vec{E}\wedge\vec{B}/\mu_0$; (**à calculer**)

$$\vec{P} = -\text{By .Ez}\ \vec{u}_x + \text{By .Ex}\ \vec{u}_z = \text{Px}\ \vec{u}_x + \text{Pz}\ \vec{u}_z$$ **2pts**

$Px=P_{0x}\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$

$Pz = P_{0z}\ \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)\ cos^2(\omega t - kz)$

Px est de valeur moyenne nulle dans le temps et ne correspond à aucun transfert d'énergie. **0.5pts**

Pz est de valeur moyenne positive : il lui est associé une propagation d'énergie électromagnétique dans la direction et le sens de la propagation. **0.5pts**

4. La relation est telle que $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2$: **avec $\alpha=(\pi/a)$** La condition de propagation est $k^2 > 0$:

donc $\frac{\omega^2}{c^2} > \alpha^2$: d'où $\omega > c\left(\frac{\pi}{a}\right)$ **1 pts**