

Questions de cours :

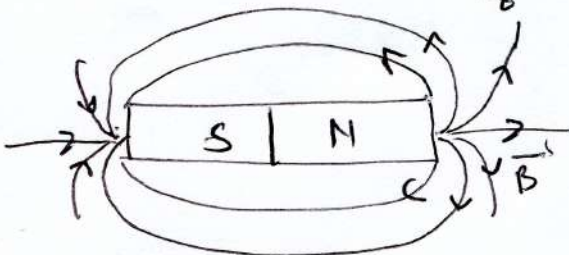
A) Les propriétés d'un conducteur à l'équilibre électrostatique :

a) le champ $\vec{E}$ à l'intérieur est nul 0,1V

b) $\sum q_{int} = 0$ 0,1V

c) $V_{int} = \text{cte}$ 0,1V

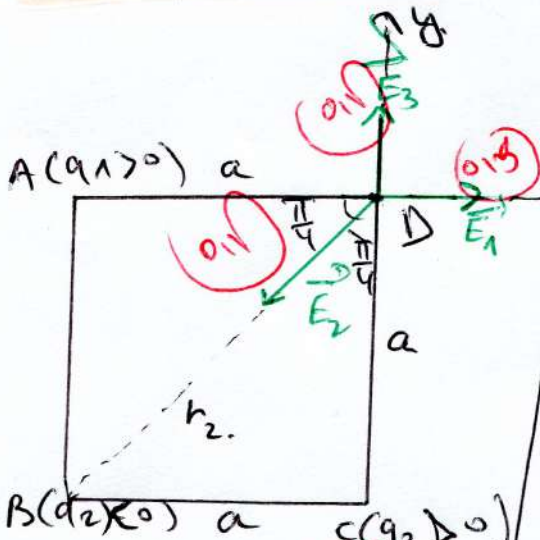
d) $\vec{F} = \vec{0}$, e) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (surface)



0,1V → la forme

0,1V → le sens de $\vec{B}$

Exercice N°1 : 8 Pts :



$\vec{E}_D = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$ 0,2V

le principe de superposition

$\vec{E}_1 = E_1 \vec{i}$, $\|\vec{E}\| = k \cdot \frac{|q|}{r^2}$
 $r_1 = a = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$\|\vec{E}_1\| = \frac{9 \cdot 10^9 |10^{-8}|}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 3600 \text{ V/m}$ 0,2V

$\vec{E}_2 = (E_{2x} \vec{i} + E_{2y} \vec{j})$

$E_{2x} = E_2 \cos \frac{\pi}{4}$, $E_{2y} = E_2 \sin \frac{\pi}{4}$ 0,2V

$E_2 = \|\vec{E}_2\| = \frac{k |q|}{r^2}$

$a^2 + a^2 = r_2^2 \Rightarrow r_2 = \sqrt{2}a$

$r_2 = \sqrt{2}a$ ($r_2^2 = 2a^2$) 0,2V

$E_2 = \frac{k |2 \cdot 10^{-8}|}{2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}$

$E_2 = 3600 \text{ V/m}$ 0,2V

$\vec{E}_2 = -3600 \left(\cos \frac{\pi}{4} \vec{i} + \cos \frac{\pi}{4} \vec{j} \right)$

$= -3600 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right)$

$\|\vec{E}_3\| = k \cdot \frac{|q|}{r_3^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-8}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$

$= 3600 \text{ V/m}$ 0,2V

$\vec{E}_3 = \|\vec{E}_3\| \vec{j}$

$\vec{E}_D = \|\vec{E}_1\| \vec{i} - \|\vec{E}_2\| \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i}$ 0,2V

$+ \|\vec{E}_3\| \vec{j} - \|\vec{E}_2\| \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$

$\|\vec{E}_1\| = \|\vec{E}_2\| = \|\vec{E}_3\| = 3600 \text{ V/m} = E_1$

$\vec{E}_D = E_1 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \vec{i} + E_1 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \vec{j}$ 0,2V

$E_{Dn} = 3600 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1054,4 \text{ V/m}$ 0,2V

$$E_{Dy} = 3600(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$= 1054,4 \text{ V(m)} \quad (0,10)$$

$$E_D = \sqrt{E_{Dx}^2 + E_{Dy}^2}$$

$$= 1491,2 \text{ V(m)} \quad (0,25)$$

2) Le potentiel électrique au point D :

$$V_D = V_1 + V_2 + V_3 \quad (0,10)$$

Principe de superposition :

$$V_M = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

$$V_M = \frac{2kq_1}{r} - \frac{2kq_1}{\sqrt{2}r} \quad (0,10)$$

$$= \frac{2kq_1}{r} (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-2}} (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) \quad (0,10)$$

$$V_M = 1054,4 \text{ Volts} \quad (0,10)$$

3) La force $\vec{F}$:

$$F = 1q_4 E \quad (1)$$

$$F = 10^{-8} \cdot 1054,4 = 1,054 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

4) L'énergie Interne :

$$E_i = \sum_{i < j}^N V_{ij}$$

$$= k \left[\frac{q_1 q_2}{r} + \frac{q_1 q_3}{\sqrt{2}r} + \frac{q_1 q_4}{r} + \frac{q_2 q_3}{r} + \frac{q_2 q_4}{\sqrt{2}r} + \frac{q_3 q_4}{r} \right]$$

$$E_i = k \left[-\frac{2q_1^2}{r} + \frac{q_1^2}{\sqrt{2}r} + \frac{q_1^2}{r} - \frac{2q_1^2}{r} + \frac{2q_1^2}{\sqrt{2}r} - \frac{q_1^2}{r} \right] \quad (1)$$

$$E_i = 6,98 \cdot 10^{-14} \text{ Joule}$$

Exercice N°2 : (4,5 Pts)

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \quad (0,10)$$

La densité de charge est surfacique $\rightarrow$ pas de charges à l'intérieur de la sphère. (0,10)

a) $r < R$

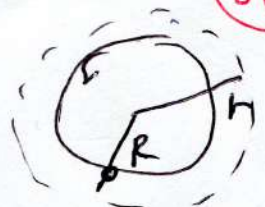
$$Q_{int} = 0$$

$$E_I = 0 \quad (0,10)$$



b) $r > R$

$$E \cdot S_G = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \quad (0,10)$$



$$S_G = 4\pi r^2, \quad Q_i = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0} \quad (0,10)$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

Exercice N°3 : (5pts)

$$C_{eq1} = C_1 + C_2, C_{eq2} = C_4 + C_5$$

$$C_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{C_{eq1}} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{eq2}}} = 2,175 \text{ nF}$$

$$2) Q = C_{eq} \cdot V_{AB}$$

$$Q = 2,175 \cdot 10^{-6} \cdot 120$$
$$Q = 330 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

3) ddP aux bornes de chaque condensateur.

$$\Delta V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q}{C_3} = \frac{330 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}}$$

$$\Delta V_3 = 66 \text{ V}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q = Q_3$$

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_1 = Q_2 \quad (C_1 = C_2)$$

$$2Q_1 = Q \Rightarrow Q_1 = \frac{Q}{2}$$

$$Q_1 = Q_2 = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$Q_4 + Q_5 = Q = Q_3$$

$$\frac{Q_4}{C_4} = \frac{Q_5}{C_5} \Rightarrow Q_4 = Q_5 \quad (C_4 = C_5)$$

$$Q_4 = Q_5 = \frac{Q}{2} = 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$= \frac{1,65 \cdot 10^{-4} \text{ C}}{5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 33 \text{ V}$$

$$V_1 = V_2 = 33 \text{ V}$$

$$V_4 = V_5 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{Q_5}{C_5}$$

$$= 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ C} / 5 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 33 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q}{C_3} = \frac{330 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}}$$

$$V_3 = 66 \text{ V}$$