Corrigé Type : Contrôle RDM

Réponses des questions de cours (5 PTS)

Qu'est-ce que la résistance d'une structure ?
C'est la capacité d'une structure à supporter une charge sans se détruire.

Qu'est-ce que la rigidité d'une structure ?
C'est la capacité d'une structure à s'opposer aux déformations causées par les charges.

Qu'est-ce que la stabilité d'une structure ?
C'est la capacité d'une structure à conserver sa forme et son équilibre initial.

Citer quatre principales hypothèses de la Résistance des Matériaux ?

1. Continuité du matériau ;
2. Le solide est hormogène (constitué du même matériau et de même constitution physique et chimique : fer, cuivre, bois) ;
3. Le solide est supposé isotrope (a les mêmes propriétés mécaniques en chacun de ses points et dans toutes les directions) ;
4. Les déformations sont petites par comparaison avec les dimensions du corps déformé ;
5. Élasticité parfaite du matériau ;
6. Dépendance linéaire entre les déformations et les charges (Loi de Hooke $\sigma = E.\varepsilon$) ;
7. Les sections planes perpendiculaires à l'axe de la barre, restent planes et perpendiculaires au cours du processus de déformation (Hypothèse de NavierBernoulli).

Exercice 1 :

Fig 1 *VA = 4.5 t,* $V_B = 1.5$ *t* ***Fig 2*** $V_A = 9$ *t,* $V_B = 3$ *t*

EXERCICE 2

1. Effort normal interne

La barre est soumise à une traction simple sans charges intermédiaires. L'effort normal interne est donc constant dans toute la barre :
N1 = N2 =- N3 = 400 kN

2. Contraintes normales

$\sigma = N / S$
Tronçon 1 : $\sigma1 = 400 / 20 = 20$ kN/cm² = 200 MPa ------------------------ Traction
Tronçon 2 : $\sigma2 = 400 / 30 \approx 13{,}33$ kN/cm² ≈ 133 MPa ------------------- Traction
Tronçon 3 : $\sigma3 = -400 / 40 = 10$ kN/cm² = -100 MPa -----------------Compression

3. Continuité de l'effort normal

L'effort normal est constant le long de la barre, ce qui confirme la continuité des efforts internes.

4. Allongement de chaque tronçon

Formule : $\Delta L = (N \times L) / (E \times S)$
Conversion : E = 210000 MPa = 21000 kN/cm²
$\Delta L1 = (400 \times 100) / (21000 \times 20) \approx 0{,}095$ cm
$\Delta L2 = (400 \times 70) / (21000 \times 30) \approx 0{,}044$ cm
$\Delta L3 = -(400 \times 40) / (21000 \times 40) \approx -0{,}019$ cm

5. Allongement total

ΔL total $= \Delta L1 + \Delta L2 - \Delta L3 \approx 0{,}12$ cm ≈ 1,2 mm

6. Tronçon le plus sollicité

Le tronçon 1 est le plus sollicité car il possède la section la plus faible et donc la contrainte normale la plus élevée.

. EXERCICE 3

La section complexe est décomposée en trois rectangles élémentaires pour simplifier les calculs. Le repère (x, y) est placé au coin inférieur gauche de la section.

- **Rectangle 1 (Aile gauche) :** 7mm x 20mm
- **Rectangle 2 (Âme centrale) :** 40mm x 10mm (situé à une hauteur de y=5mm)
- **Rectangle 3 (Aile droite) :** 7mm x 40mm

Élément	Largeur (b)	Hauteur (h)	Surface (Ai)	Centre (xi)	Centre (yi)
Rect 1	7 mm	20 mm	**140 mm²**	3,5 mm	10,0 mm
Rect 2	40 mm	10 mm	**400 mm²**	27,0 mm	10,0 mm
Rect 3	7 mm	40 mm	**280 mm²**	50,5 mm	20,0 mm
TOTAL			**820 mm²**		

1. POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ GLOBAL (G)

Les coordonnées du centre de gravité **G (X_G, Y_G)** sont obtenues par la moyenne pondérée des surfaces.

Calcul de l'abscisse X_G :

$$x_G = \frac{\Sigma(Ai \cdot xi)}{\Sigma Ai}$$

$$x_G = \frac{(140 \times 3,5) + (400 \times 27,0) + (280 \times 50,5)}{820}$$

$$x_G = \frac{490 + 10\,800 + 14\,140}{820} = \frac{25\,430}{820}$$

$x_G = 31,01 \text{ mm}$

Calcul de l'abscisse Y_G :

$$y_G = \frac{\Sigma(Ai \cdot yi)}{\Sigma Ai}$$

$$y_G = \frac{(140 \times 10) + (400 \times 10) + (280 \times 20)}{820}$$

$$y_G = \frac{1\,400 + 4\,000 + 5\,600}{820} = \frac{11\,000}{820}$$

$y_G = 13,41 \text{ mm}$

2. MOMENTS D'INERTIE

1. Calcul détaillé de I_{Gx} (Axe horizontal)

La formule pour chaque rectangle est : $I_{xi} = \frac{b \cdot h^3}{12} + A \cdot (y_i - y_G)^2$

- **Rectangle 1 :**
  - Inertie propre : $\frac{7 \times 20^3}{12} = 4\,666,67 \text{ mm}^4$
  - Transport : $140 \times (10 - 13,41)^2 = 140 \times (-3,41)^2 = 1\,627,94 \text{ mm}^4$
  - **Total R1** = $6\,294,61 \text{ mm}^4$

- **Rectangle 2 :**
  - Inertie propre : $\frac{40 \times 10^3}{12} = 3\,333,33 \text{ mm}^4$
  - Transport : $400 \times (10 - 13,41)^2 = 400 \times (-3,41)^2 = 4\,651,24 \text{ mm}^4$
  - **Total R2** = $7\,984,57 \text{ mm}^4$

- **Rectangle 3 :**
  - Inertie propre : $\frac{7 \times 40^3}{12} = 37\,333,33 \text{ mm}^4$
  - Transport : $280 \times (20 - 13,41)^2 = 280 \times (6,59)^2 = 12\,159,87 \text{ mm}^4$
  - **Total R3** = $49\,493,20 \text{ mm}^4$

Somme totale $I_{Gx} = 6\,294,61 + 7\,984,57 + 49\,493,20 = 63\,772,38 \text{ mm}^4$

2. Calcul détaillé de I_{Gy} (Axe vertical)

La formule pour chaque rectangle est : $I_{yi} = \frac{h \cdot b^3}{12} + A \cdot (x_i - x_G)^2$

- **Rectangle 1 :**
  - Inertie propre : $\frac{20 \times 7^3}{12} = 571,67 \text{ mm}^4$
  - Transport : $140 \times (3,5 - 31,01)^2 = 140 \times (-27,51)^2 = 105\,952,01 \text{ mm}^4$
  - **Total R1** = $106\,523,68 \text{ mm}^4$

- **Rectangle 2 :**
  - Inertie propre : $\frac{10 \times 40^3}{12} = 53\,333,33 \text{ mm}^4$
  - Transport : $400 \times (27 - 31,01)^2 = 400 \times (-4,01)^2 = 6\,432,04 \text{ mm}^4$
  - **Total R2** = $59\,765,37 \text{ mm}^4$

- **Rectangle 3 :**
  - Inertie propre : $\frac{40 \times 7^3}{12} = 1\,143,33 \text{ mm}^4$
  - Transport : $280 \times (50,5 - 31,01)^2 = 280 \times (19,49)^2 = 106\,360,83 \text{ mm}^4$
  - **Total R3** = $107\,504,16 \text{ mm}^4$

Somme totale $I_{Gy} = 106\,523,68 + 59\,765,37 + 107\,504,16 = 273\,793,21 \text{ mm}^4$

3. Calcul détaillé des Rayons de Giration

Ils se calculent à partir des résultats précédents et de la surface totale ($A_{tot} = 820 \text{ mm}^2$).

- **Rayon i_x :**

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{Gx}}{A_{tot}}} = \sqrt{\frac{63\,772,38}{820}} = \sqrt{77,771} \approx 8,82 \text{ mm}$$

- **Rayon i_y :**

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{Gy}}{A_{tot}}} = \sqrt{\frac{273\,793,21}{820}} = \sqrt{333,894} \approx 18,27 \text{ mm}$$