

Corrigé type d'examen de la Session Normale)

Le 13/05/2026
Durée : 1^h:30

Questions cours (04Pts)

- La qualité de l'électricité est une notion définie par la norme CRE (Commission de Régulation de l'Énergie) à partir de trois grands critères, il recouvre donc trois notions différentes :
 - ❖ **la continuité d'alimentation** : elle recouvre généralement les coupures programmée ou non programmée d'électricité. **0.5**
 - ❖ **la qualité d'onde** : phénomènes qui perturbent le fonctionnement des appareils électriques voire de les endommager. **0.5**
 - ❖ **la qualité de service** : caractérise la relation entre un utilisateur et son gestionnaire de réseau.
- Classification des perturbations électriques : **0.5**
Les perturbations selon les caractéristiques de la tension sont :
 - Les variations de l'amplitude (creux de tension, coupures brèves et sursensions, flicker). **0.25**
 - Les fluctuations de la fréquence autour de la fréquence fondamentale. **0.25**
 - Les modifications de la forme d'onde (harmoniques, interharmoniques, bruit). **0.25**
 - La dissymétrie du système triphasé ou déséquilibre. **0.25**Les perturbations selon leur durée
 - Les perturbations transitoires : Ces perturbations sont de très courte durée et causées surtout par les manœuvres du réseau électrique et la foudre. **0.5**
 - Les perturbations de courte durée : Ces perturbations regroupent les creux de tension, les coupures brèves et les sursensions. **0.5**
 - Les perturbations permanentes : Ces perturbations incluent les harmoniques, le bruit électrique, le déséquilibre et les variations de la tension et de la fréquence. **0.5**

Exercice N°1 (08Pts)

La figure 1 illustre un redresseur double alternance à diodes.

1. **Analyse de fonctionnement :**

- De $[0 \text{ à } \pi]$: D1 et D4 sont passantes : **0.5**
 $\Rightarrow v_c(t) = V(t)$ et $i(t) = i_c = I_c = 10A$
- De $[\pi \text{ à } 2\pi]$: D2 et D3 sont passantes :
 $\Rightarrow v_c(t) = -V(t)$ et $i(t) = -i_c = -I_c = -10A$

La tension redressée ainsi que le courant du côté source sont représentés dans la figure ci-contre (figure 2).

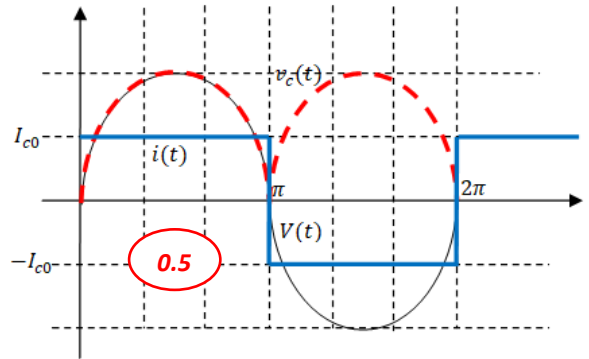


Figure 2

2. **Calcul de la valeur moyenne de la tension redressée**

$$v_{c0} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{max} \sin(\theta) d\theta = \frac{2V_{max}}{2\pi} \int_0^\pi \sin(\theta) d\theta = \frac{V_{max}}{\pi} [\cos(\theta)]_\pi^0 = \frac{V_{max}}{\pi} \left(\frac{\cos(0) - \cos(\pi)}{2} \right)$$

$$v_{c0} = \frac{2V_{max}}{\pi} = \frac{2 \times 230}{\pi} = 146.42 \Rightarrow v_{c0} = 146.42V$$

3. **Valeur efficace du courant $i(t)$:** $I \stackrel{?}{=} I_{c0}$.

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{c0}^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_{c0}^2 dt = \frac{I_c^2}{\pi} (\pi - 0) = I_{c0}^2 \Rightarrow$$

$$I = I_{c0} = 10A$$

4. La valeur de la résistance de la charge R_{ch} :

$$R_{ch} = \frac{v_{c0}}{I_{c0}} = \frac{146.42}{10} \Rightarrow R_{ch} = 14.64 \Omega$$

5. La valeur moyenne de la puissance active instantanée P :

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cdot i(\theta) d\theta = 2 * \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_{c0} \sqrt{2} V \sin(\theta) d\theta = \frac{\sqrt{2} V I_{c0}}{\pi} [-\cos(\theta)]_0^{\pi} \Rightarrow$$

$$P = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{c0} \cdot V}{\pi}$$

$$P = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{c0} \cdot V}{\pi} = \frac{2 \times 230 \times 10}{3.14} \Rightarrow P = 1.46 \text{ KW}$$

6. Calcul du facteur de puissance du montage noté F_p :

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{\frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{c0} \cdot V}{\pi}}{V \cdot I_{c0}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \Rightarrow F_p = 0.9$$

0.5

La valeur du facteur de puissance obtenue est très satisfaisante, malgré la présence d'harmoniques dans le courant. Cette performance s'explique par l'absence de consommation de puissance réactive $Q = 0$.

7. Le courant $i(t)$ ne contient que des harmoniques d'ordre impair, car sa fonction présente une symétrie de glissement (symétrie demi-onde) :

Selon l'allure du courant $i(t)$ présentée dans la figure 2, la relation suivante est vérifiée:

$$i\left(t + \frac{T}{2}\right) = -i(t)$$

8. Calcul des termes de la décomposition de la série de Fourier :

La décomposition en série de Fourier du courant $i(t)$ s'écrit :

$$i(t) = \langle i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n\omega t) + b_n \cdot \sin(n\omega t)$$

Il faut noter que : la valeur moyenne de $i(t)$ est nulle, les termes a_n sont nuls puisque la fonction est impaire et les termes b_n d'indice n pairs sont nuls puisque la fonction présente une symétrie de glissement. Il reste donc à calculer, en prenant $\theta = \omega t$ comme variable d'intégration :

$$b_{2k+1} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta) \cdot \sin((2k+1)\theta) d\theta = 2 \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_0 \cdot \sin((2k+1)\theta) d\theta = \frac{2I_0}{\pi(2k+1)} [-\cos((2k+1)\theta)]_0^{\pi} \Rightarrow$$

$$b_{2k+1} = \frac{4 \cdot I_{c0}}{\pi(2k+1)}$$

Alors:

$$i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4 \cdot I_0}{\pi(2k+1)} \sin((2k+1)\omega t)$$

9. Calcul du THD :

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \%$$

➤ Pour le fondamental $f=50\text{Hz}$ et $k=0$:

$$I_1 = \frac{4 \cdot I_{c0}}{\pi\sqrt{2}} = \frac{4 \times 10}{\pi\sqrt{2}} \Rightarrow I_1 = 9A$$

D'autre part, on a :

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2} = \sqrt{(I^2 - I_1^2)}$$

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \% = \frac{\sqrt{(I^2 - I_1^2)}}{I_1} = \frac{\sqrt{10^2 - 9^2}}{9} = 0.48 \Rightarrow$$

$$THD = 48\%$$

0.5

Le taux de distorsion harmonique obtenu est très élevé et dépasse les limites imposées par les normes internationales, qui recommandent un THD inférieur à 5 %. C'est pourquoi un système de compensation des harmoniques est nécessaire afin d'assurer un fonctionnement fiable et sécurisé.

10. Expression de la puissance déformante D en fonction du THD :

D'une manière générale, On a la relation suivante, où la tension d'alimentation est supposée purement sinusoïdale et exempte d'harmoniques, et où n est un nombre impair dans notre cas:

$$S^2 = V^2 I^2 = V^2 \times (I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots) = V^2 \times \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2 = V^2 \times \left(I_1^2 + \sum_{n=3}^{\infty} I_n^2 \right) = V^2 \times \left(I_1^2 + \sum_{n=3}^{\infty} I_n^2 \times \frac{I_1^2}{I_1^2} \right)$$

$$S^2 = V^2 \times \left(I_1^2 + \frac{\sum_{n=3}^{\infty} I_n^2}{I_1^2} \times I_1^2 \right) = V^2 \times I_1^2 + \left(V^2 I_1^2 \times \frac{\sum_{n=3}^{\infty} I_n^2}{I_1^2} \right) = P^2 + \underbrace{Q^2}_0 + D^2 \Rightarrow$$

Et, par identification, on obtient:

$$P^2 = V^2 \times I_1^2 \quad \text{et} \quad D^2 = V^2 I_1^2 \times \frac{\sum_{n=3}^{\infty} I_n^2}{I_1^2} = P^2 THD^2 \Rightarrow$$

$$D = THD \times P$$

$$D = 0.48 \times 1.46 \Rightarrow D = 0.7 \text{ KVAR}$$

1

11. L'harmonique la plus dominante est obtenue en calculant, à partir de la série de Fourier, les valeurs efficaces des termes b_{2k+1} , comme suit :

$$b_{2k+1} = \frac{4 \cdot I_{c0}}{\pi(2k+1)}$$

✚ Pour k=1, l'harmonique d'ordre 3 $\Rightarrow b_{2k+1} = \frac{4 \cdot I_{c0}}{\pi(2k+1)} \Rightarrow b_3 = \frac{4 \times 10}{3 \times \pi} = 4.24 \text{ A}$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{b_3}{\sqrt{2}} = 3 \text{ A}$$

0.5

✚ Pour k=2, l'harmonique d'ordre 5 $\Rightarrow b_{2k+1} = \frac{4 \cdot I_{c0}}{\pi(2k+1)} \Rightarrow b_5 = \frac{4 \times 10}{5 \times \pi} = 2.54 \text{ A}$

$$\Rightarrow I_5 = \frac{b_5}{\sqrt{2}} = 1.8 \text{ A}$$

On remarque alors que l'harmonique d'ordre 3 est la composante la plus dominante du spectre. Il est donc essentiel de la compenser en priorité afin de réduire efficacement le taux de distorsion harmonique (THD) et d'améliorer la qualité du signal.

Dans ce contexte, la solution consiste à installer un filtre passif en parallèle avec la charge, à l'entrée du redresseur. Ce filtre est réglé sur la fréquence de 150 Hz, correspondant à l'harmonique d'ordre 3, afin de l'atténuer sélectivement et d'empêcher sa propagation vers la source d'alimentation.

Exercice N°2 : (08Pts)

1. Le montage donné présente un redresseur MLI à structure tension, il est utilisé pour compenser simultanément les courants harmoniques générés par les charges non linéaires et la puissance réactive consommée. Par conséquent, ce montage est principalement utilisé pour améliorer la qualité de l'énergie électrique. 1

2. Le rôle des composants L, R et C_{dc} dans ce montage :

✚ Pour L, R , ces composants jouent le rôle d'un filtre passif, permettant principalement d'atténuer les harmoniques de haute fréquence. De plus, ils assurent l'interconnexion entre deux sources de tension, ce qui serait autrement interdit par les règles de connexion des sources électriques. 1

✚ Pour C_{dc} : Ce condensateur assure l'interconnexion entre les deux sources de courant et permet également de filtrer la tension redressée.

3. Pour assurer un bon fonctionnement du montage, la tension du bus continu V_{dc} doit être supérieure à la valeur de crête de la tension redressée par les diodes, soit $V_{dc} > e_{ab}$. Ainsi, la tension minimale doit vérifier $V_{dc_{min}} > \sqrt{2}V_{LL}$. Par ailleurs, cette tension ne doit pas être trop élevée afin de respecter les limites technologiques de l'onduleur et éviter d'endommager ses interrupteurs. 1

4. Les expressions des tensions (V_a, V_b et V_c) en fonction de V_{dc} et S_n sont données par :

$$\begin{cases} V_a = \frac{V_{dc}}{3} (2S_a - S_b - S_c) \\ V_b = \frac{V_{dc}}{3} (-S_a + 2S_b - S_c) \\ V_c = \frac{V_{dc}}{3} (-S_a - S_b + 2S_c) \end{cases} \quad \text{1}$$

5. En négligeant les pertes dans le convertisseur ainsi que celles du filtre de ligne, la puissance transmise à la charge en fonction de e_{max} et I_{max} est donnée comme suit:

$$P = V_{dc} \cdot I_{dc} = \frac{3}{2} e_{max} \cdot I_{max}$$

D'autre part :

$$P = V_{dc} \cdot I_{dc} = \frac{1}{2} C_{dc} \cdot \frac{dV_{dc}^2}{dt} + \frac{V_{dc}^2}{R}$$

6. Le schéma global de commande du redresseur MLI est donné par la figure 3:

7. calcul des paramètres du régulateur PI utilisé pour contrôler la tension du bus continu :

On a :

$$P = V_{dc} \cdot I_{dc} = \frac{1}{2} C_{dc} \cdot \frac{dV_{dc}^2}{dt} + \frac{V_{dc}^2}{R}$$

En appliquant la transformation de la Place

($\frac{d}{dt} = s$), on obtient :

$$P(s) = V_{dc} \cdot I_{dc} = \left(\frac{1}{2} C_{dc} \cdot s + \frac{1}{R} \right) V_{dc}^2(s)$$

Après quelques développements, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\frac{V_{dc}^2(s)}{P(s)} = \frac{2/C_{dc}}{s + \frac{2}{RC_{dc}}} = \frac{A}{s+B}$$

Avec:

$$A = \frac{2}{C_{dc}} = \frac{2}{2 * 10^{-3}} = 1000$$

1

$$B = \frac{2}{RC_{dc}} = \frac{2}{100 * 2 * 10^{-3}} = 10$$

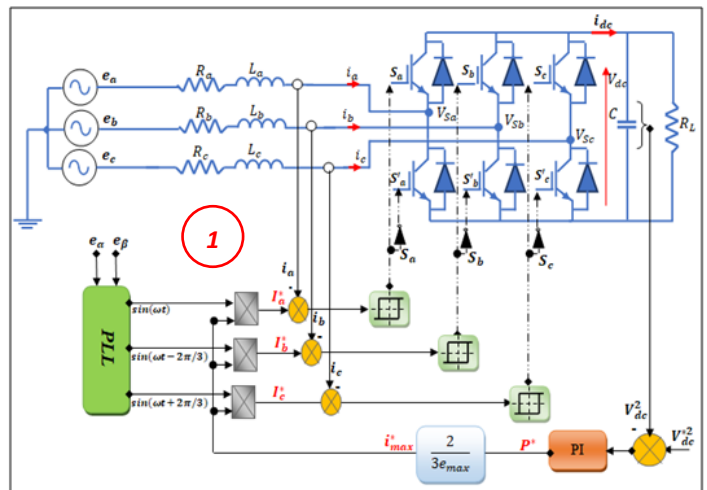


Figure 3. Schéma global de commande du redresseur MLI

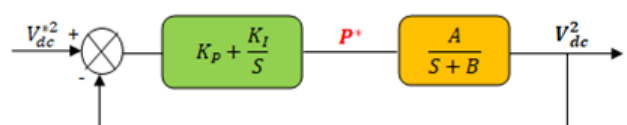


Figure 4 : Schéma fonctionnel pour contrôler la tension du bus continu

Le schéma fonctionnel de cette boucle de régulation est présenté par la figure 4.

La boucle de transfert en boucle fermée est donnée comme suit :

$$FTBF(s) = \frac{\left(K_P + \frac{K_I}{S}\right)\left(\frac{A}{S+B}\right)}{1 + \left(K_P + \frac{K_I}{S}\right)\left(\frac{A}{S+B}\right)}$$

Après quelques développements, on obtient :

$$FTBF(s) = \frac{AK_P S + AK_i}{S^2 + (B + AK_P)S + AK_i}$$

Nous allons déterminer les paramètres du régulateur PI en identifiant le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(s)$, obtenue précédemment, avec celui d'une fonction de transfert du second ordre de forme standard suivante :

$$S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2 = S^2 + (B + AK_P)S + AK_i$$

Alors :

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_n = B + AK_P \\ \omega_n^2 = AK_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_P = \frac{2\zeta\omega_n - B}{A} \\ K_I = \frac{\omega_n^2}{A} \end{cases}$$

On a :

$$\zeta = 0.707 \text{ et } t_{rép} = 0.1s \\ \Rightarrow \omega_n t_{rép} \approx 4$$

1

On obtient donc:

$$\omega_n = \frac{4}{t_{rép}} = \frac{4}{0.1} \Rightarrow \omega_n = 40 \text{ rad/s}$$

Donc :

$$K_P = \frac{2\zeta\omega_n - B}{A} = \frac{2 * 0.707 * 40 - 10}{1000} \Rightarrow K_P = 0.046$$
$$K_I = \frac{\omega_n^2}{A} = \frac{40^2}{1000} \Rightarrow K_I = 1.6$$