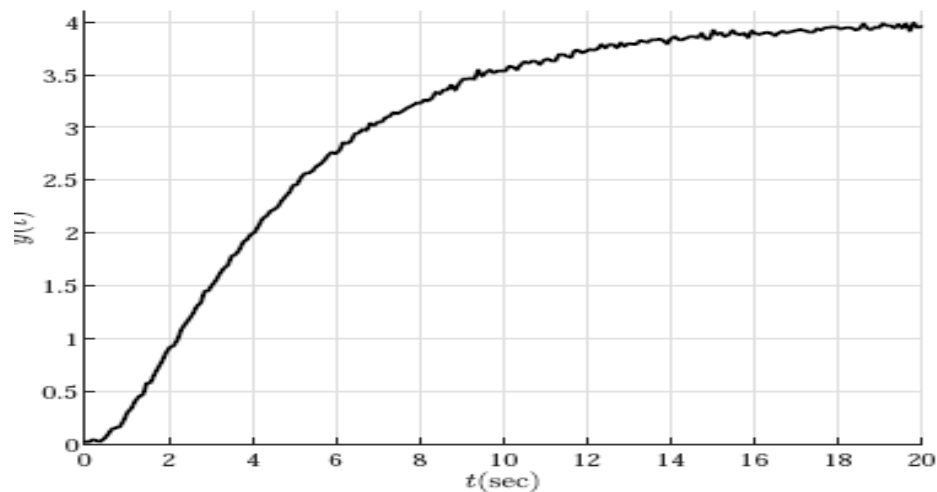


Corrigé Identification des systèmes

Exercice N°1 : Identification non paramétrique

Pour l'identification d'un dont la réponse à un échelon unitaire est présentée sur la figure suivante :



1. Déterminer graphiquement la valeur de retard, le gain et la constante de temps par plusieurs méthodes (63%, temps de montée 10%-90%). Comparer les valeurs obtenues.

Réponse :

2. Appliquer la méthode de **Broida**. Quelles sont les nouvelles valeurs du retard et la constante de temps ?

Réponse :

De la courbe: $K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = 4$ et $T_u = 0.7$, $T_a = 5.9$, alors $T_u / T_a = 0.11864$.

- La valeur de n inférieure est $n = 2$.
- Dans ce cas, $T_a / \tau = 2$ alors $\tau = 2.95$.
- Du tableau $T_{ut} / T_a = 0.096$, d'où $T_{ut} = 0.5664$.
- Alors le retard est $r = T_u - T_{ut} = 0.7 - 0.5664 = 0.1336$.

Ainsi, le modèle identifié est:

$$G_{Broida}(s) = \frac{4e^{-0.1336s}}{(2.95s + 1)(\frac{2.95}{2}s + 1)}$$

Exercice N°2 : Identification paramétrique

Soit un système continu dont la fonction de transfert est :

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)(s+5)} = \frac{s+2}{s^3 + 9s^2 + 23s + 15}$$

On cherche à obtenir son modèle discret en utilisant les méthodes de discrétisation [Euler en avant, Euler en arrière, et trapèze (moyenne des 02 méthodes d'Euler)], pour un pas de 0.1 sec.

1. Donner l'expression du facteur s pour les 03 méthodes.
2. Trouver le modèle de discrétisation pour chaque méthode.

Solution :

$$\begin{array}{lll} 1) \text{ Euler en arrière} & s = \frac{1-q^{-1}}{T} & \text{Euler en avant} \quad s = \frac{1-q^{-1}}{Tq^{-1}} \quad \text{Trapèze} \quad s = \frac{2}{T} \frac{1+q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{array}$$

Euler en arrière

$$s = \frac{1-q^{-1}}{0.1}$$

D'où

$$G(q) = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{0.0056 - 0.00466q^{-1}}{1 - 2.345q^{-1} + 1.8182q^{-2} - 0.4662q^{-3}}$$

Ainsi

$$y(k)(1 - 2.345q^{-1} + 1.8182q^{-2} - 0.4662q^{-3}) = (0.0056 - 0.00466q^{-1})u(k)$$

Soit

$$y(k) - 2.345y(k-1) + 1.8182y(k-2) - 0.4662y(k-3) = 0.0056u(k) - 0.00466u(k-1)$$

Euler en avant

$$s = \frac{1 - q^{-1}}{0.1q^{-1}}$$

D'où

$$G(q) = \frac{0.01q^{-2} - 0.008q^{-3}}{1 - 2.1q^{-1} + 1.43q^{-2} - 0.315q^{-3}}$$

Ainsi:

$$y(k) - 2.1y(k-1) + 1.43y(k-2) - 0.315y(k-3) = 0.01u(k-2) - 0.008u(k-3)$$

Trapèze

$$s = 20 \frac{1 + q^{-1}}{1 - q^{-1}}$$

D'où:

$$G(q) = \frac{0.0106 - 0.01253q^{-1} - 0.006747q^{-2} + 0.008674q^{-3}}{1 + 2.2439q^{-1} + 1.6551q^{-2} + 0.40124q^{-3}}$$

Ainsi:

$$y(k) + 2.2439y(k-1) + 1.6551y(k-2) + 0.4012y(k-3) = 0.0106u(k) - 0.01253u(k-1) - 0.00674u(k-2) - 0.008671u(k-3)$$

Exercice N°3 : Identification paramétrique

Les mesures du système à identifier sont données dans le tableau:

k	0	1	2	3	4	5	6
$u(k)$	1	-1	0	1	0	-1	1
$y(k)$	-1	-1.5	2.75	-1.375	-1.3125	0.65625	1.6719

On choisit le modèle à identifier comme suit : $\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) + b_0 u(k-1)$.

1. Déterminer les paramètres de ce système par la méthode des moindres carrés non récursif.
2. Déterminer les paramètres de ce système par la méthode des moindres carrés récursif

On choisira $\theta_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $P_0 = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$

Solution :

1. On choisit le modèle d'identification:

$$\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) + b_0 u(k-1)$$

2. On met le modèle d'identification sous la forme:

$$\hat{y}(k) = [-y(k-1) \quad u(k-1)] \begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = h^T(k) \theta$$

$$\text{Avec } h^T(k) = [-y(k-1) \quad u(k-1)], \theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

Algorithme des moindres carrés non récursif

1. Pour les mesures du tableau, on écrit:

$$y(1) = -1.5 = [-y(0) \quad u(0)]\theta = [1 \quad 1]\theta = h^T(1)\theta$$

$$y(2) = 2.75 = [-y(1) \quad u(1)]\theta = [1.5 \quad -1]\theta = h^T(2)\theta$$

$$y(3) = -1.375 = [-y(2) \quad u(2)]\theta = [-2.75 \quad 0]\theta = h^T(3)\theta$$

$$y(4) = -1.3125 = [-y(3) \quad u(3)]\theta = [1.375 \quad 1]\theta = h^T(4)\theta$$

$$y(5) = 0.65625 = [-y(4) \quad u(4)]\theta = [1.3125 \quad 0]\theta = h^T(5)\theta$$

$$y(6) = 1.6719 = [-y(5) \quad u(5)]\theta = [-0.65625 \quad -1]\theta = h^T(6)\theta$$

2. sous forme matricielle:

$$Y = H \theta$$

Avec:

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2.75 \\ -1.375 \\ -1.3125 \\ 0.65625 \\ 1.6719 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} h^T(1) \\ h^T(2) \\ h^T(3) \\ h^T(4) \\ h^T(5) \\ h^T(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(0) & u(0) \\ -y(1) & u(1) \\ -y(2) & u(2) \\ -y(3) & u(3) \\ -y(4) & u(4) \\ -y(5) & u(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.5 & -1 \\ -2.75 & 0 \\ 1.375 & 1 \\ 1.3125 & 0 \\ -0.65625 & -1 \end{bmatrix}$$

3. on calcule:

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2.75 \\ -1.375 \\ -1.3125 \\ 0.65625 \\ 1.6719 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.3657 \\ -7.2344 \end{bmatrix}$$

$$H^T H = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.5 & -1 \\ -2.75 & 0 \\ 1.375 & 1 \\ 1.3125 & 0 \\ -0.65625 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.856 & 1.5313 \\ 1.5313 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[H^T H]^{-1} = \frac{\text{adj}[H^T H]}{\det[H^T H]} = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -1.5313 \\ -1.5313 & 14.856 \end{bmatrix}}{57.079}$$

D'où:

$$\theta = [H^T H]^{-1} H^T Y = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -1.5313 \\ -1.5313 & 14.856 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.3657 \\ -7.2344 \end{bmatrix}}{57.079} = \frac{\begin{bmatrix} 28.541 \\ -114.16 \end{bmatrix}}{57.079} = \begin{bmatrix} 0.50003 \\ -2.0 \end{bmatrix}$$

Algorithme des moindres carrés récursif

Initialisation $\hat{\theta}_0, P_0$ pour $k = 0, 1, 2, \dots$ entrée u_k mesure y_{k+1} formation de h_{k+1} $e_{k+1} = (y_{k+1} - h_{k+1}^T \hat{\theta}_k)$ $K_{k+1} = \frac{P_k h_{k+1}}{1 + h_{k+1}^T P_k h_{k+1}}$ $\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1} e_{k+1}$ $P_{k+1} = (I - K_{k+1} h_{k+1}^T) P_k$
--

1. initiation:

$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

Itération 1:

$$k = 0, y_1 = -1.5, h_1^T = [-y(0) \ u(0)] = [1 \ 1],$$

On calcule:

$$e_1 = y_1 - h_1^T \theta_0 = -1.5 - [1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -1.5 - 0 = -1.5$$

$$K_1 = \frac{P_0 h_1}{1 + h_1^T P_0 h_1} = \frac{\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{1 + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}}{1 + 2000} = \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \theta_0 + K_1 e_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix} (-1.5) = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = (I_2 - K_1 h_1^T) P_0 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.49975 & 0.49975 \\ 0.49975 & 0.49975 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50025 & -0.49975 \\ -0.49975 & 0.50025 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix}$$

Itération 2:

$$k = 1, y_2 = 2.75, h_2^T = [-y(1) \ u(1)] = [1.5 \ -1],$$

On calcule:

$$e_2 = y_2 - h_2^T \theta_1 = 2.75 - [1.5 \ -1] \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} = 2.75 - (-0.37482) = 3.1248$$

$$K_2 = \frac{P_1 h_2}{1 + h_2^T P_1 h_2} = \frac{\begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \end{bmatrix}}{1 + [1.5 \ -1] \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 1250.1 \\ -1249.9 \end{bmatrix}}{1 + 3125.1} = \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix}$$

$$\theta_2 = \theta_1 + K_2 e_2 = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} 3.1248 = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.2496 \\ -1.2494 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= (I_2 - K_2 h_2^T) P_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.59984 & -0.39989 \\ -0.59975 & 0.39983 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.40016 & 0.39989 \\ 0.59975 & 0.60017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Itération 3:

$$k = 2, y_3 = -1.375, h_3^T = [-y(2) \ u(2)] = [-2.75 \ 0],$$

On calcule:

$$e_3 = y_3 - h_3^T \theta_2 = -1.375 - [-2.75 \ 0] \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} = -1.375 - (-1.3749) = -0.0001$$

$$K_3 = \frac{P_2 h_3}{1 + h_3^T P_2 h_3} = \frac{\begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 \\ 0 \end{bmatrix}}{1 + [-2.75 \ 0] \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 \\ 0 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} -0.92128 \\ -0.24745 \end{bmatrix}}{1 + 2.5335} = \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$\theta_3 = \theta_2 + K_3 e_3 = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix} (-0.0001) = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.6073 \times 10^{-5} \\ 7.003 \times 10^{-6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_3 &= (I_2 - K_3 h_3^T) P_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.71701 & 0 \\ 0.19258 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28299 & 0 \\ -0.19258 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= (I_2 - K_2 h_2^T) P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.59984 & -0.39989 \\ -0.59975 & 0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.40016 & 0.39989 \\ 0.59975 & 0.60017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \text{ Itération 4:} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$k = 3, \quad y_4 = -1.3125, \quad h_4^T = [-y(3) \quad u(3)] = [1.375 \quad 1],$$

On calcule:

$$e_4 = y_4 - h_4^T \theta_3 = -1.3125 - [1.375 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} = -1.3125 - (-1.3115) = -0.001$$

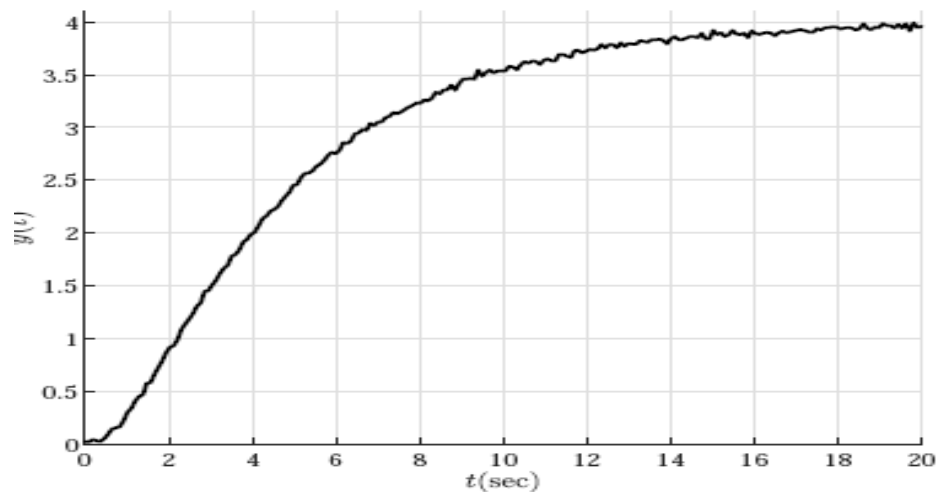
$$K_4 = \frac{P_3 h_4}{1 + h_4^T P_3 h_4} = \frac{\begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.375 \\ 1 \end{bmatrix}}{1 + [1.375 \quad 1] \begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.375 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 0.14875 \\ 0.53247 \end{bmatrix}}{1 + 0.73701} = \begin{bmatrix} 8.5636 \times 10^{-2} \\ 0.30654 \end{bmatrix}$$

$$\theta_4 = \theta_3 + K_4 e_4 = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.5636 \times 10^{-2} \\ 0.30654 \end{bmatrix} (-0.001) = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8.5636 \times 10^{-5} \\ -3.0654 \times 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49991 \\ -1.9993 \end{bmatrix}$$

Corrigé Identification des systèmes

Exercice N°1 : Identification non paramétrique

Pour l'identification d'un dont la réponse à un échelon unitaire est présentée sur la figure suivante :



1. Déterminer graphiquement la valeur de retard, le gain et la constante de temps par plusieurs méthodes (63%, temps de montée 10%-90%). Comparer les valeurs obtenues.

Réponse :

2. Appliquer la méthode de **Broida**. Quelles sont les nouvelles valeurs du retard et la constante de temps ?

Réponse :

De la courbe: $K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = 4$ et $T_u = 0.7$, $T_a = 5.9$, alors $T_u / T_a = 0.11864$.

- La valeur de n inférieure est $n = 2$.
- Dans ce cas, $T_a / \tau = 2$ alors $\tau = 2.95$.
- Du tableau $T_{ut} / T_a = 0.096$, d'où $T_{ut} = 0.5664$.
- Alors le retard est $r = T_u - T_{ut} = 0.7 - 0.5664 = 0.1336$.

Ainsi, le modèle identifié est:

$$G_{Broida}(s) = \frac{4e^{-0.1336s}}{(2.95s + 1)(\frac{2.95}{2}s + 1)}$$

Exercice N°2 : Identification paramétrique

Soit un système continu dont la fonction de transfert est :

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)(s+5)} = \frac{s+2}{s^3 + 9s^2 + 23s + 15}$$

On cherche à obtenir son modèle discret en utilisant les méthodes de discrétisation [Euler en avant, Euler en arrière, et trapèze (moyenne des 02 méthodes d'Euler)], pour un pas de 0.1 sec.

1. Donner l'expression du facteur s pour les 03 méthodes.
2. Trouver le modèle de discrétisation pour chaque méthode.

Solution :

$$1) \quad \text{Euler en arrière} \quad s = \frac{1-q^{-1}}{T} \quad \text{Euler en avant} \quad s = \frac{1-q^{-1}}{Tq^{-1}} \quad \text{Trapèze} \quad s = \frac{2}{T} \frac{1+q^{-1}}{1-q^{-1}}$$

Euler en arrière

$$s = \frac{1-q^{-1}}{0.1}$$

D'où

$$G(q) = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{0.0056 - 0.00466q^{-1}}{1 - 2.345q^{-1} + 1.8182q^{-2} - 0.4662q^{-3}}$$

Ainsi

$$y(k)(1 - 2.345q^{-1} + 1.8182q^{-2} - 0.4662q^{-3}) = (0.0056 - 0.00466q^{-1})u(k)$$

Soit

$$y(k) - 2.345y(k-1) + 1.8182y(k-2) - 0.4662y(k-3) = 0.0056u(k) - 0.00466u(k-1)$$

Euler en avant

$$s = \frac{1 - q^{-1}}{0.1q^{-1}}$$

D'où

$$G(q) = \frac{0.01q^{-2} - 0.008q^{-3}}{1 - 2.1q^{-1} + 1.43q^{-2} - 0.315q^{-3}}$$

Ainsi:

$$y(k) - 2.1y(k-1) + 1.43y(k-2) - 0.315y(k-3) = 0.01u(k-2) - 0.008u(k-3)$$

Trapèze

$$s = 20 \frac{1 + q^{-1}}{1 - q^{-1}}$$

D'où:

$$G(q) = \frac{0.0106 - 0.01253q^{-1} - 0.006747q^{-2} + 0.008674q^{-3}}{1 + 2.2439q^{-1} + 1.6551q^{-2} + 0.40124q^{-3}}$$

Ainsi:

$$y(k) + 2.2439y(k-1) + 1.6551y(k-2) + 0.4012y(k-3) = 0.0106u(k) - 0.01253u(k-1) - 0.00674u(k-2) - 0.008671u(k-3)$$

Exercice N°3 : Identification paramétrique

Les mesures du système à identifier sont données dans le tableau:

k	0	1	2	3	4	5	6
$u(k)$	1	-1	0	1	0	-1	1
$y(k)$	-1	-1.5	2.75	-1.375	-1.3125	0.65625	1.6719

On choisit le modèle à identifier comme suit : $\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) + b_0 u(k-1)$.

1. Déterminer les paramètres de ce système par la méthode des moindres carrés non récursif.
2. Déterminer les paramètres de ce système par la méthode des moindres carrés récursif

On choisira $\theta_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $P_0 = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$

Solution :

1. On choisit le modèle d'identification:

$$\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) + b_0 u(k-1)$$

2. On met le modèle d'identification sous la forme:

$$\hat{y}(k) = [-y(k-1) \quad u(k-1)] \begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix} = h^T(k) \theta$$

$$\text{Avec } h^T(k) = [-y(k-1) \quad u(k-1)], \theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

Algorithme des moindres carrés non récursif

1. Pour les mesures du tableau, on écrit:

$$y(1) = -1.5 = [-y(0) \quad u(0)]\theta = [1 \quad 1]\theta = h^T(1)\theta$$

$$y(2) = 2.75 = [-y(1) \quad u(1)]\theta = [1.5 \quad -1]\theta = h^T(2)\theta$$

$$y(3) = -1.375 = [-y(2) \quad u(2)]\theta = [-2.75 \quad 0]\theta = h^T(3)\theta$$

$$y(4) = -1.3125 = [-y(3) \quad u(3)]\theta = [1.375 \quad 1]\theta = h^T(4)\theta$$

$$y(5) = 0.65625 = [-y(4) \quad u(4)]\theta = [1.3125 \quad 0]\theta = h^T(5)\theta$$

$$y(6) = 1.6719 = [-y(5) \quad u(5)]\theta = [-0.65625 \quad -1]\theta = h^T(6)\theta$$

2. sous forme matricielle:

$$Y = H \theta$$

Avec:

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2.75 \\ -1.375 \\ -1.3125 \\ 0.65625 \\ 1.6719 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} h^T(1) \\ h^T(2) \\ h^T(3) \\ h^T(4) \\ h^T(5) \\ h^T(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(0) & u(0) \\ -y(1) & u(1) \\ -y(2) & u(2) \\ -y(3) & u(3) \\ -y(4) & u(4) \\ -y(5) & u(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.5 & -1 \\ -2.75 & 0 \\ 1.375 & 1 \\ 1.3125 & 0 \\ -0.65625 & -1 \end{bmatrix}$$

3. on calcule:

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.5 \\ 2.75 \\ -1.375 \\ -1.3125 \\ 0.65625 \\ 1.6719 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.3657 \\ -7.2344 \end{bmatrix}$$

$$H^T H = \begin{bmatrix} 1 & 1.5 & -2.75 & 1.375 & 1.3125 & -0.65625 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.5 & -1 \\ -2.75 & 0 \\ 1.375 & 1 \\ 1.3125 & 0 \\ -0.65625 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.856 & 1.5313 \\ 1.5313 & 4 \end{bmatrix}$$

$$[H^T H]^{-1} = \frac{\text{adj}[H^T H]}{\det[H^T H]} = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -1.5313 \\ -1.5313 & 14.856 \end{bmatrix}}{57.079}$$

D'où:

$$\theta = [H^T H]^{-1} H^T Y = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -1.5313 \\ -1.5313 & 14.856 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4.3657 \\ -7.2344 \end{bmatrix}}{57.079} = \frac{\begin{bmatrix} 28.541 \\ -114.16 \end{bmatrix}}{57.079} = \begin{bmatrix} 0.50003 \\ -2.0 \end{bmatrix}$$

Algorithme des moindres carrés récursif

Initialisation $\hat{\theta}_0, P_0$ pour $k = 0, 1, 2, \dots$ entrée u_k mesure y_{k+1} formation de h_{k+1} $e_{k+1} = (y_{k+1} - h_{k+1}^T \hat{\theta}_k)$ $K_{k+1} = \frac{P_k h_{k+1}}{1 + h_{k+1}^T P_k h_{k+1}}$ $\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1} e_{k+1}$ $P_{k+1} = (I - K_{k+1} h_{k+1}^T) P_k$
--

1. initiation:

$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

Itération 1:

$$k = 0, y_1 = -1.5, h_1^T = [-y(0) \ u(0)] = [1 \ 1],$$

On calcule:

$$e_1 = y_1 - h_1^T \theta_0 = -1.5 - [1 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -1.5 - 0 = -1.5$$

$$K_1 = \frac{P_0 h_1}{1 + h_1^T P_0 h_1} = \frac{\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}{1 + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}}{1 + 2000} = \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix}$$

$$\theta_1 = \theta_0 + K_1 e_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix} (-1.5) = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = (I_2 - K_1 h_1^T) P_0 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.49975 \\ 0.49975 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.49975 & 0.49975 \\ 0.49975 & 0.49975 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50025 & -0.49975 \\ -0.49975 & 0.50025 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix}$$

Itération 2:

$$k = 1, y_2 = 2.75, h_2^T = [-y(1) \quad u(1)] = [1.5 \quad -1],$$

On calcule:

$$e_2 = y_2 - h_2^T \theta_1 = 2.75 - [1.5 \quad -1] \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} = 2.75 - (-0.37482) = 3.1248$$

$$K_2 = \frac{P_1 h_2}{1 + h_2^T P_1 h_2} = \frac{\begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \end{bmatrix}}{1 + [1.5 \quad -1] \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 1250.1 \\ -1249.9 \end{bmatrix}}{1 + 3125.1} = \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix}$$

$$\theta_2 = \theta_1 + K_2 e_2 = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} 3.1248 = \begin{bmatrix} -0.74963 \\ -0.74963 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.2496 \\ -1.2494 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= (I_2 - K_2 h_2^T) P_1 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.59984 & -0.39989 \\ -0.59975 & 0.39983 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.40016 & 0.39989 \\ 0.59975 & 0.60017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Itération 3:

$$k = 2, y_3 = -1.375, h_3^T = [-y(2) \quad u(2)] = [-2.75 \quad 0],$$

On calcule:

$$e_3 = y_3 - h_3^T \theta_2 = -1.375 - [-2.75 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} = -1.375 - (-1.3749) = -0.0001$$

$$K_3 = \frac{P_2 h_3}{1 + h_3^T P_2 h_3} = \frac{\begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 \\ 0 \end{bmatrix}}{1 + [-2.75 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 \\ 0 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} -0.92128 \\ -0.24745 \end{bmatrix}}{1 + 2.5335} = \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$\theta_3 = \theta_2 + K_3 e_3 = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix} (-0.0001) = \begin{bmatrix} 0.49997 \\ -1.999 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.6073 \times 10^{-5} \\ 7.003 \times 10^{-6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_3 &= (I_2 - K_3 h_3^T) P_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.26073 \\ -7.0030 \times 10^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2.75 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \\ &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.71701 & 0 \\ 0.19258 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28299 & 0 \\ -0.19258 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= (I_2 - K_2 h_2^T) P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.39989 \\ -0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.59984 & -0.39989 \\ -0.59975 & 0.39983 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.40016 & 0.39989 \\ 0.59975 & 0.60017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500.25 & -499.75 \\ -499.75 & 500.25 \end{bmatrix} \text{ Itération 4:} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.33501 & 6.5013 \times 10^{-2} \\ 0.08998 & 0.50998 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$k = 3, \quad y_4 = -1.3125, \quad h_4^T = [-y(3) \quad u(3)] = [1.375 \quad 1],$$

On calcule:

$$e_4 = y_4 - h_4^T \theta_3 = -1.3125 - [1.375 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} = -1.3125 - (-1.3115) = -0.001$$

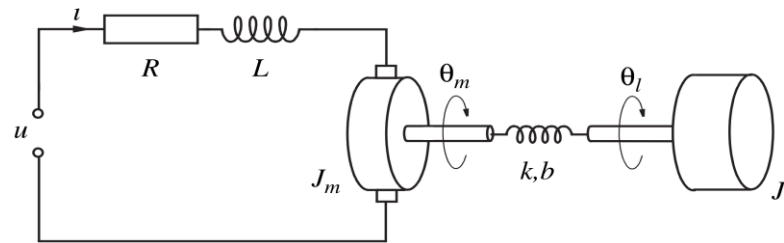
$$K_4 = \frac{P_3 h_4}{1 + h_4^T P_3 h_4} = \frac{\begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.375 \\ 1 \end{bmatrix}}{1 + [1.375 \quad 1] \begin{bmatrix} 9.4804 \times 10^{-2} & 1.8398 \times 10^{-2} \\ 2.5464 \times 10^{-2} & 0.49746 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.375 \\ 1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 0.14875 \\ 0.53247 \end{bmatrix}}{1 + 0.73701} = \begin{bmatrix} 8.5636 \times 10^{-2} \\ 0.30654 \end{bmatrix}$$

$$\theta_4 = \theta_3 + K_4 e_4 = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.5636 \times 10^{-2} \\ 0.30654 \end{bmatrix} (-0.001) = \begin{bmatrix} 0.50000 \\ -1.9990 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8.5636 \times 10^{-5} \\ -3.0654 \times 10^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49991 \\ -1.9993 \end{bmatrix}$$

Corrigé Examen Commande des systèmes linéaires

Exercice N°1 :

Un moteur a courant continu couplé à un accouplement flexible. R, L son la résistance et l'inductance d'induit, k, b son respectivement la constante du ressort et le coefficient d'amortissement



Déterminer les équations d'états de ce système ainsi que les matrices **(A,B,C)**.

SOLU

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\dot{\theta}_m(t) + \frac{1}{L}u(t).$$

$$J_m\ddot{\theta}_m(t) = K_a i(t) + K(\theta_l(t) - \theta_m(t)) + b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_m\dot{\theta}_m(t),$$

$$J_l\ddot{\theta}_l(t) = -k(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b(\dot{\theta}_l(t) - \dot{\theta}_m(t)) - b_l\dot{\theta}_l(t).$$

$$x_1 = i, x_2 = \theta_m, x_3 = \dot{\theta}_m, x_4 = \theta_l \text{ et } x_5 = \dot{\theta}_l,$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R}{L}x_1 + 0x_2 - \frac{k_e}{L}x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \frac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0u(t) \\ \dot{x}_3 = \frac{K_a}{J_m}x_1 - \frac{k}{J_m}x_2 - \frac{b+b_m}{J_m}x_3 + \frac{k}{J_m}x_4 + \frac{b}{J_m}x_5 + 0u \\ \dot{x}_4 = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 1x_5 + 0u(t) \\ \dot{x}_5 = 0x_1 + \frac{k}{J_l}x_2 + \frac{b}{J_l}x_3 - \frac{k}{J_l}x_4 - \frac{b+b_l}{J_l}x_5 + 0u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{i} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}\dot{\theta}_m(t) + \frac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 = \dot{\theta}_m = x_3 \\ \dot{x}_3 = \ddot{\theta}_m = \frac{K_a}{J_m}i - \frac{k}{J_m}\theta_m - \frac{b+b_m}{J_m}\dot{\theta}_m + \frac{k}{J_m}\theta_l + \frac{b}{J_m}\dot{\theta}_l \\ \dot{x}_4 = \dot{\theta}_l = x_5 \\ \dot{x}_5 = \ddot{\theta}_l = \frac{k}{J_l}\theta_m + \frac{b}{J_l}\dot{\theta}_m - \frac{k}{J_l}\theta_l - \frac{b+b_l}{J_l}\dot{\theta}_l \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{k_e}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_a}{J_m} & -\frac{k}{J_m} & -\frac{b+b_m}{J_m} & \frac{k}{J_m} & \frac{b}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k}{J_l} & \frac{b}{J_l} & -\frac{k}{J_l} & -\frac{b+b_l}{J_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + 0u$$

Exercice N°2 :

Déterminer la fonction de transfert de l'espace d'états suivant :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U \\ Y &= [0 \quad 1 \quad -1]X \end{aligned}$$

SOLU :

Exercice N°3:

Déterminer les formes canoniques contrôlable, observable et modale du système

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U \\ Y &= [0 \quad 2 \quad 1]X \end{aligned}$$

SOLU :

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & AB^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N^T = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|sI - A| = s^3 + s^2 - 4s - 4$$

$$W = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont: $l_1 = -1, l_2 = -2, l_3 = 1$.

$$T = MW = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = T^{-1}AT = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = T^{-1}B = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = CT = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Exercice N°4:

Soit le système:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

1. Concevoir un retour d'état $u(t) = -Kx(t) + k_r r(t)$ pour avoir en boucle fermée les valeurs propres désirées $-1 \pm j2$ et assurer le suivi d'une consigne échelon.
2. Concevoir un retour d'état avec action intégrale qui annule l'effet de la perturbation, avec en boucle fermée les valeurs propres désirées $-2, -1 \pm j2$
3. Concevoir un observateur d'ordre complet avec les valeurs propres $-5 \pm j5$.
4. Concevoir un observateur d'ordre réduit avec la valeur propre -5 .

SOLU

1. Le rang de

$$M = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

est 2, alors le système est contrôlable.

Retour d'état : $u = -Kx$.

$$[A - BK] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - k_1 & -1 - k_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Polynôme caractéristique: $s^2 + (k_1 - 1)s + k_2 + 1$

Le polynôme désirée: $(s + 1 + j2)(s + 1 - j2) = s^2 + 2s + 5$

$$k_1 - 1 = 2$$

$$k_2 + 1 = 5$$

d'où: $K = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s - 1 & 1 \\ -1 & s \end{vmatrix} = s^2 - s + 1$$

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} T = MW = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et

$$K = [a_2 - a_1 \quad a_1 - a_1] T^{-1} = [5 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [5 \quad 1]$$

$$[A - BK] = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [A - BK]^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 1 - 2 \end{bmatrix}$$

$$C[A - BK]^{-1}B = \frac{1}{5} [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 1 - 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5}$$

$$k_f = \frac{-1}{C[A - BK]^{-1}B} = 5$$

$$u = -3x_1 - 4x_2 + 5r$$

2.

$$\dot{x}_1 = r - x_1$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 + r$$

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x_a + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$y = [0 \quad 1] x_a$$

$$u = -K_a x_a = -[k_1 \quad k_2] x_a$$

$$[A_a - B_a K_a] = \begin{bmatrix} 1 - k_1 & 0 \\ 0 & -1 - k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - k_1 & 0 \\ 0 & -1 - k_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Polynôme caractéristique: } s^3 + (k_1 - 1)s^2 + (k_2 + 1)s - k_1$$

$$\text{Le polynôme désirée: } (s + 2)(s + 1 + j2)(s + 1 - j2) = s^3 + 4s^2 + 9s + 10$$

$$k_1 - 1 = 4$$

$$k_2 + 1 = 9$$

$$-k_1 = 10$$

d'où:

$$u = -5x_1 - 8x_2 + 10(r - x_2)$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad |sI - A_a| = \begin{vmatrix} s - 1 & 0 \\ 0 & s + 1 \end{vmatrix} = s^2 - s^2 + s$$

: :: avec

$$W_a = \begin{bmatrix} a_2 & a_1 & 1 \\ a_1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T = M_a W_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$K = [a_3 - a_3 \quad a_2 - a_2 \quad a_1 - a_1] T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [5 \quad 8 \quad -10]$$

3. On vérifie l'observabilité du système:

$$N^T = \begin{bmatrix} C & 0 & 1 \\ CA & C & 0 \\ CA^2 & CA & C \end{bmatrix}$$

$|N| = 1$, donc de rang 2 et le système est observable.

$$\dot{\hat{x}} = [A - LC]\hat{x} + Ly$$

$$[A - LC] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Polynôme caractéristique: $|sI - [A - LC]| = s^2 + (l_2 - 1)s + (l_1 - l_2 + 1) :$

Le polynôme désirée: $(s + 5 - j5)(s + 5 + j5) = s^2 + 10s + 50$

$$l_2 - 1 = 10$$

$$l_1 - l_2 + 1 = 50$$

d'où:

$$L = \begin{bmatrix} 60 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = WN^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le gain de l'observateur est:

$$L = T \begin{bmatrix} 50 - 1 \\ 10 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 11 \end{bmatrix}$$

D'où l'observateur est de la forme: :

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -61 \\ 0 & -11 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 60 \\ 11 \end{bmatrix} y$$

4.

$$\dot{x}_1 = x_1 - x_2 + u$$

$$\dot{x}_2 = x_1$$

$$y = x_2$$

Soit

$$\dot{\hat{x}}_1 = x_1 - y + u$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = x_1$$

l'observateur d'ordre reduit est:

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_1 - y + u + l(y - \hat{x}_1)$$

Soit

$$\dot{\hat{x}}_1 = (1 - l)\hat{x}_1 - y + u + ly$$

$$(s - (1 - l)) = (s + 5), l = 6 :$$

$$\dot{\hat{x}}_1 = -5\hat{x}_1 - y + u + ly$$

On definit, $h = \hat{x}_1 - ly$, $\dot{h} = \dot{\hat{x}}_1 - ly$

D'où

$$\dot{h} = -5h - 3y + u$$

$$\hat{x}_1 = h + 6y$$

Bon Courage !!!!!!!

Le hasard ne favorise que les esprits bien préparés

MDE1

Exercise 01 :

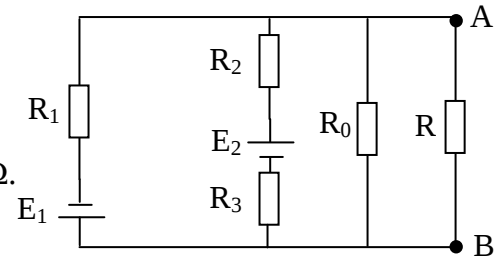
Consider the circuit in the figure opposite. We give:

$E_1=20\text{ V}$; $E_2=15\text{ V}$; $R_0=30\ \Omega$; $R_1=10\ \Omega$; $R_2=15\ \Omega$; $R_3=15\ \Omega$; $R=30\ \Omega$.

1/ Considering branch AB:

Determine the Norton current intensity I_N and the Norton resistance R_N .

2/ Deduce the current intensity I_R which flows in the resistance R .



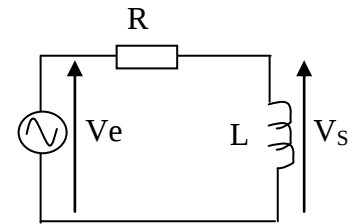
Exercise 02 :

Consider the following RL filter:

1. What is the type of this filter and what is its order?

2. Express the transfer function ($T = U_s / U_e$) as a function of R and L , as well as the modulus of T and the phase shift ϕ .

3. The resistance R is $1.256\text{ k}\Omega$ and the cutoff frequency f_c is 100 kHz . A voltage of 2 V is measured at the output of the filter when a signal of 35.35 kHz is applied to the input.

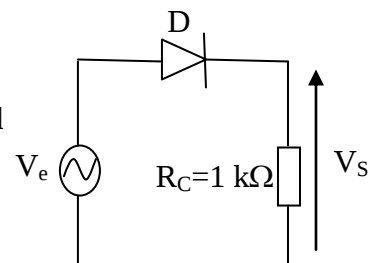


Calculate the value of the coil (L) as well as the value of the voltage at the input of the filter (V_e).

Exercise 03 :

Consider the following assembly where the diode is silicon with $V_D=0.7\text{ V}$ and dynamic resistance $r_d = 20\ \Omega$. The input signal $V_e(t)$ is sinusoidal and of value 10 V .

Determine the output voltage (V_s) and the current flowing through R_C .

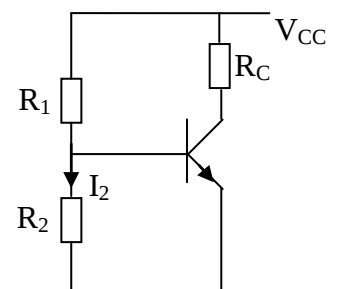


Exercise 04 :

I. A bipolar transistor is used in a circuit whose operating point has values:

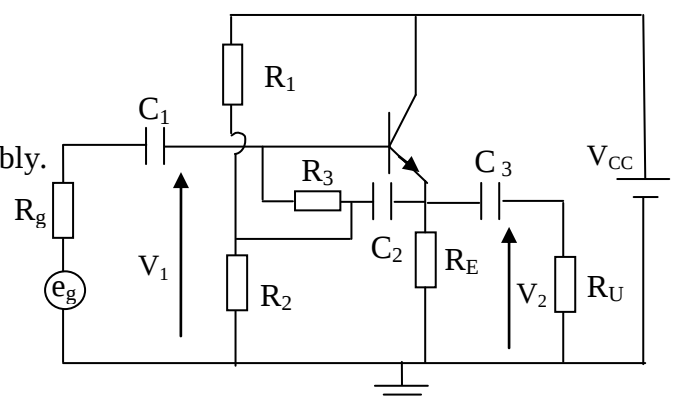
$I_B = 2\text{ mA}$; $V_{CE} = 4,5\text{ V}$; $I_C = 200\text{ mA}$; $V_{BE} = 0,65\text{ V}$; $V_{CC} = 8\text{ V}$.

- Calculate R_C , then write the equation of the load line.
- Calculate without neglecting I_B , the resistance R_1 and R_2 so that the current $I_2 = 13\text{ mA}$



II. Consider the following amplifier:

- a) Give the type of assembly;
- b) Give the equivalent diagram of the alternative assembly.



Typical correction

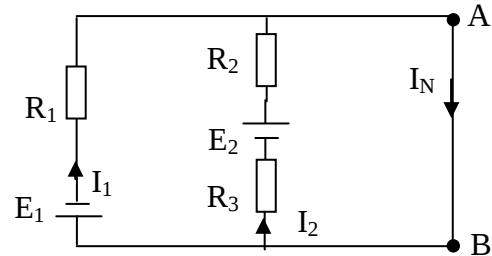
Solution Exercise 1 :

1/ $I_N = I_1 + I_2$

$$I_N = \frac{E_2}{(R_2 + R_3)} - \frac{E_1}{R_1} = -1,5 \text{ A (Reverse the direction)}$$

$$R_N = R_0 \parallel (R_2 + R_3) \parallel R_1 = 6 \Omega$$

2/ $I_R = \frac{R_N}{R_N + R} I_N = 0,25 \text{ A}$



Solution Exercise2:

1. See the course (Voir le cours)

It is a first order high pass filter. (c'est un filtre passe haut du premier ordre).

2. The transfer function:

$$\underline{T}(\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{with} \quad \omega_0 = \frac{R}{L}$$

$$T(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0}{\omega})^2}} ; \arg(\underline{T}(\omega)) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_0}$$

3. :

$$\omega_c = \omega_0 = \frac{R}{L} \Rightarrow L = \frac{R}{2\pi f_c} = 2 \text{ mH}$$

$$T(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f_0}{f})^2}} \Rightarrow U_e = 6,00 \text{ V}$$

Solution Exercise 03 :

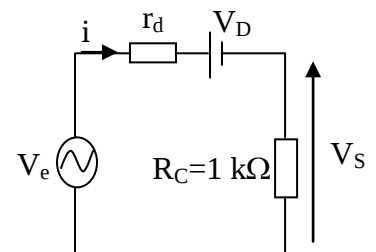
- $V_e < 0,7 \text{ V} ; V_S = 0$
- $V_e > 0,7 \text{ V} \Rightarrow$ the diode is conducting.

$$V_S = \frac{R_C}{R_C + r_d} (V_e - V_D) = 9,12 \text{ V et } i = 9,12 \text{ mA}$$

Exercise 04 :

- Calculation of R_C :

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} = 17,5 \Omega$$



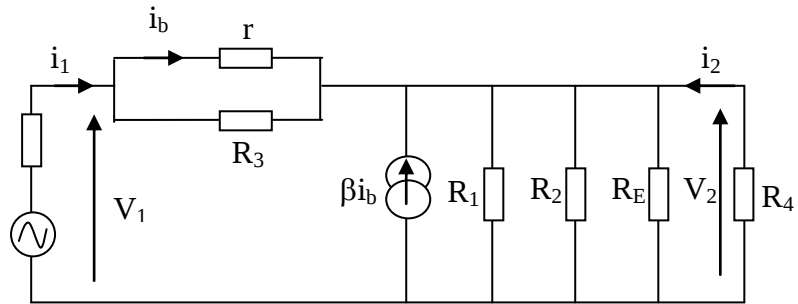
- The equation of the load line:

$$I_C = -0,057V_{CE} + 0,46$$

- Calculation of R_1 and R_2 :

$$R_2 = \frac{V_{BE}}{I_2} = 50 \, \Omega \text{ and } R_1 = \frac{V_{CC} - R_2 I_2}{(I_2 + I_B)} = 490 \, \Omega$$

Solution Exercise 04:



Année : 2^{ème} Master ERE
Module : LA HAUTE TENSION

CONTROLE 1

Exercice 1

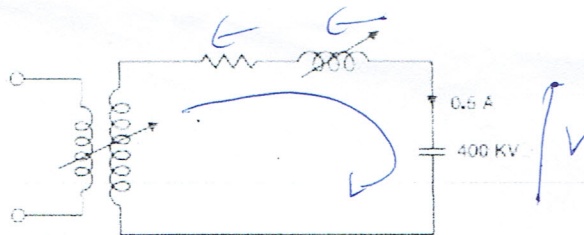
Un transformateur d'alimentation 100kVA 250V/200Kv à une résistance et une réactance de 1% et 5% respectivement .ce transformateur résonnant permet de tester un câble à 400kV à 50Hz.

Le câble parcouru par un courant de 0.5A à 400kV.

- 1- Déterminez l'inductance série requise.

Supposons 1% de résistance d'inducteur à utiliser pour des câbles de connexion

- 2- Déterminez la tension d'entrée du transformateur .négliger les pertes diélectriques du câble.



Exercice 2

Un câble coaxial de section droite circulaire est constitué comme suit :

Le conducteur intérieur (a) pour rayon a. il est entouré d'une première couche diélectrique de permittivité ϵ_1 et de rayon extérieur (b). Une autre couche diélectrique entoure la première, sa permittivité ϵ_2 et son rayon extérieur est (c). Un blindage métallique cylindrique entoure l'ensemble, son rayon intérieur est (c), on applique une différence de potentiel U entre le conducteur intérieur et le blindage qui est relié à la terre.

- 1- Calculer le déplacement D et le champ E en chaque point dans les diélectriques
- 2- Calculer la capacité C du câble.

Questions de cour

1. Expliquer le Principe de fonctionnement des Générateurs électrostatiques ?
2. À quoi servent les générateurs de chocs ?

3. Pour couper le courant dans une ligne à haute tension, faut-il ouvrir d'abord le disjoncteur et ensuite le sectionneur, ou l'inverse ?
4. quelles sont les domaines d'applications de la haute tension ?
5. Pourquoi utilise-t-on la haute tension pour le transport de l'énergie électrique ?
Quelles sont les Problèmes liés à la haute tension

Année Académique:2024/2025

Domaine:Sciences et Technologies

Filière:Automatique

Spécialité:automatique

Niveau:Licence 3ème Année

Matière:Modélisation et identification des systèmes

Section/GroupeSection 1 L3AUT

Période:Semestre 5

Enseignant:GHEDIRI Abdelhalim

PV des notes des examens par matière (Enseignant)

#	Matricule	Nom	Prénom	Note Examen	Note corrigée	Signature
1	222234065304	AOUISSAT	ILYES	3.0		
2	222234020809	BELHAMEL	ISRAA MELEK	0.0		
3	222234026814	BOUCHAMA	ACHRAF FAOUZI	3.0		
4	222234053910	BOUCHOUAREB	TOUBA	6.0		
5	222234008602	BOUDIBI	OUALA	11.5		
6	222234018020	DELLADJ	ABDERRACHID	4.0		
7	212134010328	FERRAG	ABDELBASSAT	11.0		
8	222234065214	GRAZZA	AYOUB	12.5		
9	222234065401	GRAZZA	IMMAD EDDINE	13.0		
10	222234009905	HAMIDOU	DOUAA	9.0		
11	212134003118	KAMLI	MOHAMMED-	3.0		
12	222234026606	KHENTOUCHE	AMINA	5.0		
13	222234041501	LAGGOUN	MALAK	6.75		
14	222234040904	LAIB	INES	6.25		
15	222234017411	LAKAF	SAID	11.25		
16	212134003420	MANSOURI	AYYOUB	4.0		
17	222234009203	MEDFOUNI	CHOUROUK	7.25		
18	222234005804	MEGUIDECHE	IMANE	13.0		
19	212134001660	SIA	WISSAL	3.0		
20	212134003092	YAHIAOUI	MOHAMMED	3.0		
21	212134001165	ZEGGAR	CHOUAIB	0.0		
22	222234021014	ZERARI	MALAK	9.0		
23	212134001018	ZEROUAL	TAKAI EDDINE	0.0		

Question : (06)

1-Routage inter-domaine sans classe (CIDR) (Concept de supernetting)

- Les termes de « classe A, classe B... » sont utilisés afin d'aider à faciliter la compréhension de l'adressage IP et du sous-réseautage.
- Ces termes sont rarement utilisés dans l'industrie en raison de l'introduction du routage inter-domaine sans classe (CIDR: Classless Inter-Domain Routing) appelé concept de supernetting.
- Le Routage inter-domaine sans classe (CIDR) a été introduit afin d'améliorer l'utilisation de l'espace d'adressage et l'évolutivité de routage en Internet.

1

2- TCP/IP et OSI comparaison :

TCP/IP du nom de ses deux protocoles principaux (TCP, Transmission Control Protocol et IP, Internet Protocol), est un ensemble de protocoles permettant de résoudre les problèmes d'interconnexion en milieu hétérogène. À cet effet, TCP/IP décrit un réseau logique (réseau IP)

Précédant le modèle OSI (Open System Inter-connection), TCP en diffère fortement, non seulement par le nombre de couches, mais aussi par l'approche. Le modèle OSI spécifie des services (approche formaliste)

1

3- Le mécanisme du jeton Le droit d'émettre est matérialisé par une trame particulière « le jeton ou token ». Celui-ci circule en permanence sur le réseau. Une station qui reçoit le jeton peut envoyer une ou plusieurs trames, elle devient station maître. Si elle n'a rien à émettre, elle se contente de répéter le jeton, elle est dite: station répéteur.

1

4- Ce protocole est caractérisé par sa simplicité et sa bonne fiabilité, Un autre avantage du MODBUS est son encapsulation dans les trames Ethernet. La couche physique, Le protocole MODBUS peut être implémenté

1

5- **Code NRZ** : Le codage NRZ symétrise la valeur 1 et la valeur 0 par rapport à un niveau potentiel nul. Cependant ce codage a une composante continue non nulle et ne présente aucune transition

Code Manchester : Avec une transition au milieu de chaque temps bit, le codage Manchester remédie à l'absence d'information de synchronisation. La transition est croissante pour les 0,

Code Miller : Pour réduire le spectre on peut, à partir du Manchester simple, supprimer une transition sur deux, que celle-ci soit ou non significative, on obtient alors le code dit Delay Mode ou Miller.

1

6- **l'ETSI** (European Telecommunications Standard Institute) qui normalise les réseaux publics et leurs moyens d'accès. Les principaux groupements de constructeurs sont :

- **ECMA** (European Computer Manufacturers Association), à l'origine constituée uniquement de constructeurs européens (Bull, Philips, Siemens...) l'ECMA comprend aujourd'hui tous les grands constructeurs mondiaux (DEC, IBM, NEC, Unisys...). En matière de télécommunications,
- **EIA** (Electronic Industries Association) connue, essentiellement, pour les recommandations RS232C, 449 et 442. Les principaux organismes nationaux auxquels participent des industriels, administrations et utilisateurs sont :
- **AFNOR**, Association Française de Normalisation.

1

Exercice N°1 :(04)

1-La rapidité de modulation est :

$$R = 2 \times \text{BP (la bande passante)} = 2 \times (4800 - 3500) = 2600 \text{ Bauds,}$$

Le débit binaire est :

$$D = R \cdot \log_2(v) = 2600 \times \log_2(234) = 20463,04 \text{ Hz}$$

$$2-C = \text{BP} \times \log_2(1+S/N) = 1300 \times \log_2(1+S/N) = 17274 \text{ bit/s}$$

$$\text{Avec } 10\log_{10}(S/N) = 40,$$

$$\log_{10}(S/N) = 40/10 = 4, \text{ Donc, } S/N = 10000$$

Exercice N°2 :(04)

Donc on a : $L = (T_p \times D \times p) / ((p+N) - p_H)$

$$T_p = 2,13 \text{ s} \quad \text{On a } L = (2,13 \times 235 \times 1000 \times 2 / (2+9)) - 2 \times (29+18) \times 8 = 90257,1 \text{ bits ou } 11282,13 \text{ oct}$$

Formule :

$$T_p = \frac{(L+p_H)}{D} \left(1 + \frac{N}{p}\right)$$

$$L = 15500, T_p = (15500 + 5 \times 47) \times 8 \times 12 / (235 \times 1000 \times 5) = 1,285 \text{ seconde}$$

Exercice N°3 :(06)

Première étape :

Pour la première machine on a $59 + 1 = 60$ adresses

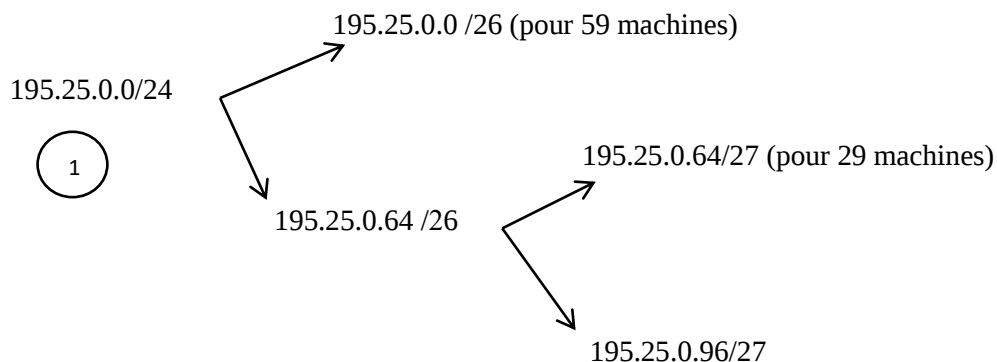
Donc on choisit le cas de 62 adresses, on travaille avec un masque 26 bits, on aura deux sous réseaux à savoir : le **195.25.0.0/26** et le **195.25.0.64/26**

Deuxième étape :

Pour la deuxième machine on a $29 + 1 = 30$ adresses

Donc on choisit le cas de 30 adresses, on travaille avec un masque 27 bits, on aura deux sous réseaux à savoir : le **195.25.0.64/27** et le **195.25.0.96/27**

Le plan de configuration jusqu'à maintenant est :



Pour la troisième machine on a $13 + 1 = 14$ adresses

Donc on choisit le cas de 14 adresses, on travaille avec un masque 28 bits, on aura deux sous Réseaux à savoir : le **195.25.0.96/28** et le **195.25.0.112/28**

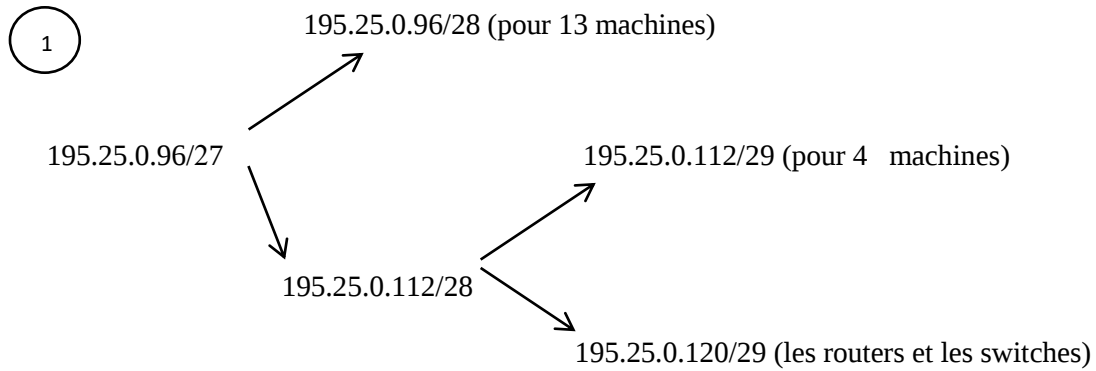
Quatrième étape :

Pour la troisième machine on a $4 + 1 = 5$ adresses

Donc on choisit le cas de 6 adresses, on travaille avec un masque 29 bits, on aura deux sous réseaux à savoir : le

195.25.0.112/29 et le 195.25.0.120/29 0.75

La suite du plan topologique en partons de l'adresse 195.25.0.96/27 on aura :



Question : (06)

1-Redondance spatiale et temporelle :

- La redondance spatiale :

0.5

Lorsque des informations sont similaires ou se répètent dans des zones de l'image proches l'une de l'autre (dans une image, deux points voisins sont souvent similaires).

- La redondance temporelle :

Lorsque des informations se ressemblent ou se répètent dans le temps, même si leur position dans l'image a changé (deux images successives sont souvent relativement similaires).

2- Filtrage passe haut et passe bas :

0.5

*Un filtre « passe haut » favorise les hautes fréquences spatiales, comme les détails et de ce fait, il améliore le contraste. Un filtre « passe haut » *Les filtres « passe bas » agissent inversement des filtres « passe haut » et le résultat est, un adoucissement des détails, ainsi qu'une réduction du bruit granuleux.

0.5

0.5

3-Détecteur Sobel et Prewitt :

*Le principe du filtre Sobel est que l'opérateur calcule le gradient de l'intensité de chaque pixel. Ceci indique la direction de la plus forte variation du clair au sombre, ainsi que le taux de changement dans cette direction.

0.5

* La matrice qui correspond au filtrage horizontal, faisant ressortir essentiellement les contours verticaux, selon l'opérateur de Prewitt, tandis que la matrice verticale est sa transposée. Les deux

* La différence est que Prewitt est un filtre moyenneur et Sobel est un filtre gaussien.

0.5

4- principe de la segmentation :

La segmentation vise à découper une image en régions connexes présentant une homogénéité selon un certain critère les différentes possibilités, la segmentation vise aussi à séparer les différentes parties contenues dans une image.

1

5- Les approches de la segmentation :

Approche régions, Approche contours, Approche dual

1

6-Classification supervisée :

Dans cette méthode de classification, on dispose déjà d'exemples dont la classe est connue et étiquetée.

Classification non supervisée, cette méthode de classification est aussi appelée "clustering automatique", (clustering en anglais) ou encore "regroupement". Aucune information a priori l'image n'est connue. On cherche alors à regrouper les différents exemples des images à traiter en fonction de la valeur de leurs descripteurs de manière à créer des classes homogènes

0.5

0.5

Exercice N°1 : (04)

$$f = \begin{bmatrix} 1.35 & 1.45 \\ 1.27 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$F(0,0) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [f(0,0) \cos(0) + f(0,1) \cos(0) + f(1,0) \cos(0) + f(1,1) \cos(0)] \quad (0.5)$$

$$F(0,0) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [1.35 + 1.45 + 1.27 + 0.25] = \mathbf{2.16} \quad (0.5)$$

$$F(0,1) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [f(0,0) \cos(0) \cos(\pi/4) + f(0,1) \cos(0) \cos(3\pi/4) + f(1,0) \cos(0) \cos(\pi/4) + f(1,1) \cos(0) \cos(3\pi/4)] \quad (0.5)$$

$$F(0,1) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1.35 \frac{1}{\sqrt{2}} - 1.45 \frac{1}{\sqrt{2}} + 1.27 \frac{1}{\sqrt{2}} - 0.25 \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = \mathbf{0.46} \quad (0.5)$$

$$F(1,0) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [f(0,0) \cos(\pi/4) \cos(0) + f(0,1) \cos(\pi/4) \cos(0) + f(1,0) \cos(3\pi/4) \cos(0) + f(1,1) \cos(3\pi/4) \cos(0)] \quad (0.5)$$

$$F(1,0) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1.35 \frac{1}{\sqrt{2}} + 1.45 \frac{1}{\sqrt{2}} - 1.27 \frac{1}{\sqrt{2}} - 0.25 \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = \mathbf{0.64} \quad (0.5)$$

$$F(1,1) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} [f(0,0) \cos(\pi/4) \cos(\pi/4) + f(0,1) \cos(\pi/4) \cos(3\pi/4) + f(1,0) \cos(3\pi/4) \cos(\pi/4) + f(1,1) \cos(3\pi/4) \cos(3\pi/4)] \quad (0.5)$$

$$F(1,1) = \frac{2}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1.35 \frac{1}{2} - 1.45 \frac{1}{2} - 1.27 \frac{1}{2} + 0.25 \frac{1}{2} \right] = \mathbf{-0.56} \quad (0.5)$$

$$F = \begin{bmatrix} 2.16 & 0.46 \\ 0.64 & -0.56 \end{bmatrix}$$

Exercice N°2 :(06)

1- Le pixel (4,3) est entouré par :

$$\text{Le filtre median donne : } \begin{matrix} & & & & & 35 & 2 & 17 \\ & & & & & 5 & \mathbf{13} & 64 \\ & & & & & 2 & 1 & 13 \end{matrix} \quad (0.75)$$

$$\text{Le filtre moyenneur donne } \begin{matrix} & & & & & 35 & 2 & 17 \\ & & & & & 5 & \mathbf{17} & 64 \\ & & & & & 2 & 1 & 13 \end{matrix} \text{ avec une moyenne } 160/9 = \mathbf{17,77}$$

(0.75)

Le pixel (2,5) est entouré par :

$$\text{Le filtre median donne : } \begin{matrix} & & & & & 5 & 7 & 7 & 7 & 9 & 14 & 16 & 17 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 14 & 7 & 16 \\ 7 & \mathbf{7} & 7 \\ 17 & 7 & 5 \end{matrix} \quad (0.75)$$

Le filtre moyenneur donne :

$$\begin{matrix} 14 & 7 & 16 \\ 7 & \mathbf{10} & 7 \\ 17 & 7 & 5 \end{matrix} \quad (0.75)$$

Avec une moyenne de $89/9 = \mathbf{9,88}$



Examen final

Avant-projet

Exercice 01 : 06 points

Répondre par Vrai (V) ou Faux (F) : (si la réponse est juste +1 sinon -1)

1. Un potentiomètre est un type de résistance variable à deux bornes.
2. Les composants actifs nécessitent une source d'alimentation supplémentaire pour fonctionner.
3. Lors de la maintenance d'un circuit électronique, il est toujours nécessaire de débrancher l'alimentation avant de commencer toute intervention.
4. Un circuit imprimé rigide est constitué de couches isolantes en époxy renforcées par une trame de fibres de verre.
5. La température recommandée pour la plupart des soudures est entre 400°C et 450°C.
6. L'industrie 4.0 a pour objectif de réduire les arrêts de production grâce à la maintenance prédictive.

Exercice 02 : 04 points

Une seule des réponses proposées ci-dessous est correcte pour chaque question. Indiquez clairement la lettre correspondant à la bonne réponse (A, B ou C).

1. Quel est l'inconvénient majeur des résistances bobinées de puissance :
A. Elles sont trop chères
B. Elles ne peuvent pas être utilisées aux basses fréquences
C. Elles varient beaucoup avec la température.
2. Quel est le rôle d'un boîtier de circuit intégré :
A. Assurer la jonction électrique avec l'extérieur
B. Augmenter la puissance du signal
C. Isoler les composants électriquement.
3. Quel est l'objectif principal de la maintenance prédictive :
A. Remplacer les composants défectueux
B. Tester l'équipement réparé
C. Anticiper les pannes.
4. Qu'est-ce que l'étalonnage :
A. Remplacement des composants défectueux
B. Établissement de la relation entre les valeurs mesurées et connues
C. Surveillance en temps réel.

Exercice 03 : 04 points

Une résistance est codée avec les bandes vert, bleu, noir, or. Cependant, après mesure, elle affiche une valeur de 6,5 Ω au lieu de la valeur prévue.

1. Quelle est la valeur nominale de cette résistance.
2. Explique pourquoi la mesure pourrait différer de la valeur nominale.

Exercice 04 : 06 points

1. Quels sont les caractéristiques des condensateurs électrolytiques (condensateurs chimiques).
2. Quelles sont les caractéristiques à prendre en compte lors du routage des pistes sur une PCB.
3. Quels conseils de sécurité doivent être suivis lors de la soudure.
4. Quels sont les principaux avantages de la maintenance prédictive dans l'industrie 4,0.



Solution de l'examen final Avant-projet

Exercice 01 : 06 points Si la réponse est juste +1 sinon -1

1.F 2.V 3. V 4. F 5. F 6. V

Exercice 02 : 04 points 01 point pour chaque bonne réponse

1. A 2. A 3. C 4. B

Exercice 03 : 04 points 01,5 point pour chaque bonne réponse

1. La valeur nominale $R = 56 \Omega \pm 5 \%$. Avec $53,2 \Omega < R < 58,8 \Omega$.
2. Les causes de la différence entre la mesure et la valeur nominale :
 - Dégradation ou dommage de la résistance.
 - Erreur de mesure.
 - Une mauvaise mesure.
 - Chauffage excessif.

Exercice 04 : 06 points 01,5 point pour chaque bonne réponse

1. Les caractéristiques des condensateurs électrolytiques sont :
 - Ils sont orientés et polarisés, un mauvais sens de branchement peut entraîner l'explosion du composant.
 - Ils sont utilisés pour des capacités comprises entre $1 \mu F$ et quelques mF.
 - Ils ne peuvent être utilisés qu'aux basses fréquences.
 - Les tensions de service sont généralement faibles, atteignant quelques dizaines de volts.
2. Lors du routage des pistes sur une carte électronique, il est important de prendre en compte plusieurs caractéristiques :
 - Le courant électrique doit pouvoir circuler dans une piste,
 - L'isolation entre pistes doit tenir la différence de potentiel sans risque de claquage,
 - Eviter le couplage entre les signaux par effet capacitif et rayonnement.
3. Les conseils de sécurité à suivre lors de la soudure incluent :
 - Il faut travailler dans un espace bien ventilé,
 - Il faut porter des lunettes de protection,
 - Il ne faut pas toucher la panne chaude du fer à souder.
4. La maintenance prédictive permet de :
 - Anticiper les pannes,
 - Optimiser l'organisation du service de maintenance,
 - Améliorer l'efficacité et la productivité de l'entreprise.



Examen final

Programmation en C++

Tous documents autorisés

Exercice 01 : 05 points

Écrire un programme en C++ qui permet de saisir 10 entiers dans un tableau. Puis compter et afficher combien y a-t-il d'éléments pairs et impairs sachant que le 0 est un nombre pair.

Exercice 02 : 07 points

Écrire un programme en C++ qui demande à l'utilisateur de saisir une chaîne de sept (07) caractères exactement (peu importe qu'ils soient en majuscules ou en minuscules). Le programme doit convertir et afficher tous les caractères de la chaîne en majuscules utilisant la fonction MAJ().

Exercice 03 : 08 points

Pour gérer les stocks d'une supérette, écrivez un programme en C++ permettant de créer une base de données contenant les informations de 100 articles. Pour ce faire :

1. Définissez une classe Produit avec les attributs suivants :
 - nom (public, de type string) pour stocker le nom de l'article.
 - prix (privé, de type double) pour enregistrer le prix de l'article.
 - quantite (privé, de type int) pour indiquer la quantité en stock.
2. Ajoutez les fonctions publiques suivantes :
 - setData() : qui permet de sauvegarder à travers le clavier les données de chaque objet de la classe Produit.
 - afficherInfos() : pour afficher les informations du produit (nom, prix, quantité).
3. Dans la fonction principale :
 - Créez un tableau de 100 objets Produit pour regrouper les articles de la supérette.
 - Demandez à l'utilisateur de saisir et d'afficher les informations (nom, prix, quantité) pour chaque produit.
 - Parcourez la base de données pour identifier les produits dont la quantité en stock est strictement inférieure à 4.
 - Affichez le nom de ces produits pour signaler la nécessité de réapprovisionnement.



Suggestion de solution de l'examen final

Programmation Orientée Objet en C++

Exercice 01 : 05 points

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
    int tableau[10]; // Déclaration d'un tableau de 10 entiers
    int nombrePairs = 0; // Compteur pour les nombres pairs
    int nombreImpairs = 0; // Compteur pour les nombres impairs
    cout << "Veuillez saisir 10 entiers :" << endl; // Saisie des 10 entiers
    for (int i = 0; i < 10; i++) {
        cout << "Entrez l'entier Numero" << i + 1 << " : "; cin >> tableau[i]; }
    for (int i = 0; i < 10; i++) { // Comptage des nombres pairs et impairs
        if (tableau[i] % 2 == 0) { nombrePairs++; }
        else { nombreImpairs++; } }
    cout << "\nRésultats :" << endl; // Affichage des résultats
    cout << "Nombre d'elements pairs : " << nombrePairs << endl;
    cout << "Nombre d'elements impairs : " << nombreImpairs << endl;
    return 0; }
```

01

01

01

01

01

Exercice 02 : 07 points

```
#include <iostream>
#include <cstring>
using namespace std;
// Fonction qui convertit une lettre en majuscule
char MAJ(char x) {
    if (x >= 'a' && x <= 'z') {
        return (x - 32); } // Convertir minuscule en majuscule
int main() {
    char chaine[8]; // 7 caractères + 1 pour le caractère de fin '\0'
    do { // Vérifier la longueur de la chaîne
        cout << "Veuillez saisir une chaîne de 7 caracteres : "; cin >> chaine;
    } while (strlen(chaine) != 7);
    // Conversion en majuscules en utilisant la fonction MAJ()
    for (int i = 0; i < 7; ++i) { chaine[i] = MAJ(chaine[i]); }
    // Affichage de la chaîne convertie
    cout << "La chaîne en majuscules est : " << chaine << endl;
    return 0; }
```

02

01

01

01

01

01

Exercice 03 : 08 points

```
#include <iostream>
#include <string>
using namespace std;
class Produit {
public:
    string nom; // Attribut public pour le nom du produit
private:
    double prix; // Attribut privé pour le prix
    int quantite; // Attribut privé pour la quantité
public:
    void setData() { // Fonction pour définir les détails du produit
        cout << "Entrez le nom du produit " << " : "; cin >> nom;
        cout << "Entrez le prix du produit (DA)" << " : "; cin >> prix;
        cout << "Entrez la quantité en stock " << " : "; cin >> quantite; }
    void afficherInfos() { // Fonction pour afficher les informations du produit
        cout << "- Nom : " << nom << " , \tPrix : " << prix << " , \tQuantite : " << quantite << endl; }
    int get_quantite() { // Fonction avoir la valeur de la quantité déclaré privé
        return quantite ; }
};
int main() {
    Produit article[100]; // Tableau pour stocker les produits
    string nom;
    double prix;
    int quantite;
    // Saisie des informations pour chaque produit
    for (int i = 0; i < 100; i++) {
        cout << "Article numero " << i + 1 << " : " << endl;
        article[i].setData(); cout << endl; }
    // Affichage des informations pour chaque produit
    cout << "La liste des articles : " << endl;
    for (int i = 0; i < 100; i++) {
        cout << i + 1; article[i].afficherInfos(); }
    // Afficher les produits nécessitant un réapprovisionnement
    cout << "Produits necessitant un reapprovisionnement (quantite < 4) : " << endl;
    for (int i = 0; i < 100; i++) {
        if (article[i].get_quantite() < 4) { cout << "- " << article[i].nom << endl; }
    }
    return 0; }
```

0,5

01

01

01

01

0,5

01

01

01



Examen final

Programmation C++ Embarquée

Tous documents autorisés

Exercice 01 : 05 points

Écrire un programme en C++ qui permet de calculer le nombre de chiffres (NC) d'un entier positif (N) saisi par l'utilisateur selon l'exemple ci-contre :

Entrez un entier SVP : 135624
Le nombre contient 6 chiffres.

Astuce : Le calcul du nombre de chiffres d'un entier positif peut être réalisé à l'aide de la formule mathématique : $NC = \log_{10}(\text{abs}(N)) + 1$ avec $N \neq 0$.

Exercice 02 : 07 points

Écrire un programme en langage C++ qui :

- Demande à l'utilisateur de saisir une chaîne de 8 caractères exactement. La chaîne peut contenir des lettres majuscules, des lettres minuscules, des chiffres ou des symboles.
- Vérifie que la longueur de la chaîne est bien égale à 8 à l'aide de la fonction `strlen()` de la bibliothèque `<cstring>`. Si la longueur est différente de 8, le programme doit afficher le message : "Chaîne invalide"
- Affiche le nombre de caractères majuscules et minuscules dans la chaîne.
- Utilise une fonction nommée `Min()` pour convertir tous les caractères de la chaîne en lettres minuscules, puis affiche la chaîne convertie.

Selon l'exemple suivant:

Veuillez saisir une chaine de 8 caracteres SVP : SinWar24
Nombre de caracteres majuscules : 2
Nombre de caracteres minuscules : 4
La chaine en minuscules : sinwar24

Exercice 03 : 08 points

Réalisez un programme en C++ pour gérer un Zoo en créant une base de données contenant les informations de 100 animaux. Pour cela :

1. Créez une classe nommée Zoo qui contient les attributs suivants :
 - o nom (de type string, accessible publiquement),
 - o age (de type int, défini comme privé).
2. Implémentez les fonctions publiques suivantes dans la classe :
 - o `setData()` : pour définir le nom et l'âge de l'animal.
 - o `afficherInfos()` : pour afficher le nom et l'âge de l'animal.
3. Dans la fonction principale :
 - o Dans la classe Zoo, créez un tableau d'objets `Animal[100]` pour stocker les informations de 100 animaux.
 - o Demandez à l'utilisateur de saisir le nom et l'âge de chaque animal.

On veut lancer une campagne de vaccination ciblant les animaux ayant 2 ans max (≤ 2).

4. Affichez le nom et l'âge des animaux concernés par cette campagne.



Suggestion de solution de l'examen final

Programmation C++ Embarquée

Exercice 01 : 05 points

```
#include <iostream>
#include <cmath> // Pour la fonction abs()
using namespace std;
int main() {
    int N;
    cout << "Entrez un entier SVP : "; cin >> N;
    // Si N est 0, il contient exactement 1 chiffre.
    if (N == 0) {
        cout << "Le nombre contient 1 chiffre." << endl;
    } else {
        // On utilise la valeur absolue pour éviter les erreurs avec les nombres négatifs.
        int nombreDeChiffres = log10(abs(N)) + 1;
        cout << "Le nombre contient " << nombreDeChiffres << " chiffres." << endl;
    }
    return 0; }
```

01

01

02

01

Exercice 02 : 07 points

```
#include <iostream>
#include <cstring>
using namespace std;
// Fonction pour convertir une chaîne en minuscules
char MINUSCULE(char x) {
    if (x >= 'A' && x <= 'Z') {
        return (x + 32);
    }
}
int main() {
    char chaine[9]; // 8 caractères + 1 pour le caractère de fin '\0'
    do {
        cout << "Veuillez saisir une chaîne de 8 caracteres SVP : "; cin >> chaine;
    } while (strlen(chaine) != 8);
    int majuscules = 0, minuscules = 0;
    // Compter les majuscules et minuscules
    for (int i = 0; i < 8; i++) {
        if (chaine[i] >= 'A' && chaine[i] <= 'Z') { majuscules++; }
        else if (chaine[i] >= 'a' && chaine[i] <= 'z') { minuscules++; }
    }
    cout << "Nombre de caracteres majuscules : " << majuscules << endl;
    cout << "Nombre de caracteres minuscules : " << minuscules << endl;
    // Convertir la chaîne en minuscules
    for (int i = 0; i < 8; i++) { chaine[i] = MINUSCULE(chaine[i]); }
    cout << "La chaîne en minuscules : " << chaine << endl;
    return 0; }
```

01

01

01

01

01

0,5

01

0,5

Exercice 03 : 08 points

```
#include <iostream>
#include <string>
using namespace std;
class Zoo {
public:
    string nom; // Attribut public pour le nom
private:
    int age; // Attribut privé pour l'âge
public:
    // Fonction pour définir l'âge de l'animal
    void setData(){
        cout << "Entrez le nom de l'animal " << " : "; cin >> nom;
        cout << "Entrez l'âge de l'animal " << " : "; cin >> age;
    }
    // Fonction pour récupérer l'âge
    int getAge() {
        return age;
    }
    // Fonction pour afficher les informations de l'animal
    void afficherInfos(){
        cout << "- Nom : " << nom << ", \tAge : " << age << " ans" << endl;
    }
};
int main() {
    Zoo Animal[100]; // Tableau pour stocker les 100 animaux
    int age;
    string nom;
    for (int i = 0; i < 100; i++) { // Remplir les informations des animaux
        cout << "Animal numero " << i+1 << " : " << endl;
        Animal[i].setData();
        cout << endl;
    }
    cout << "la liste des animaux : " << endl;
    for (int i = 0; i < 100; i++) { // Remplir les informations des animaux
        Animal[i].afficherInfos();
    }
    // Afficher les animaux concernés par la campagne de vaccination
    cout << "\n\nLes animaux a vacciner (moins de 2 ans) : " << endl;
    for (int i=0; i<100; i++) {
        if (Animal[i].getAge() <= 2) {Animal[i].afficherInfos(); }
    }
    return 0; }
```

0,5

01

01

01

01

0,5

01

01

01