Université L'Arbi Ben M'hidi **Département : Hydraulique**

Corrigé type d'Examen de rattrapage du module Ecoulement à surface libre

1 er Année Master **06/06/2024**

Remarque : g =10 m/s²

Exercice N°1 : (08 Pts)

1. Calculer la section mouillée S, le périmètre mouillé P, la largeur au miroir B et le rayon hydraulique R_H

Canal trapézoïdal

$S = by + my^2 = 5\times 4 + 1\times 4^2 = 36m^2$ **0.5**

$P = b + 2y\sqrt{1+m^2} = 5 + 2\times 4\times\sqrt{1+1^2} = 16.31m$ **0.5**

$R_h = \frac{S}{P} = \frac{36}{16.31} = 2,21m$ **0.5**

$B = b + 2my = 5 + 2\times 1\times 4 = 13m$ **0.5**

2. Sachant que le débit vaut Q = 100 m³ /s, calculer la pente i du canal.

$Q = \frac{1}{n} S R_h^{2/3}\sqrt{i}$ **0.5**

$\Rightarrow i = \left(\frac{nQ}{SR_h^{2/3}}\right)^2$ **0.5**

A.N :

$i = \left(\frac{nQ}{SR_h^{2/3}}\right)^2 = 0.0017 m/m$ **0.5**

3. Préciser la nature de l'écoulement : fluvial, critique ou torrentiel ?

Le nombre de Froude et le type de régime $F_r = \frac{V}{\sqrt{gy_n}}$ **0.25** et $V = \frac{Q}{S}$ **0.25**

On trouve :

$F_r = \frac{Q}{S\sqrt{gy_n}} = \frac{100}{36\times\sqrt{10\times 4}} = 0.44 < 1$ **0.5**

$F_r < 1$ L'écoulement est fluvial. **0.5**

4. Calculer la hauteur critique y_c puis la comparer avec y_n. Faire le lien avec la question précédente.

Calcul la profondeur critique par la formule d'Agroskine : $y_{cr} = k(1 - \frac{\sigma_{cr}}{3} + 0.105\sigma_{cr}^2)$ **0.5**

Avec k : profondeur critique du canal rectangulaire :

$k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}$ **0.25** $\sigma_{cr} = \frac{mk}{b}$ **0.25**

On trouve :

$$k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} = 3.42m$$ **0.5**

$$\sigma_{cr} = \frac{mk}{b} = 0.648$$ **0.5**

$$y_{cr} = k(1 - \frac{\sigma_{cr}}{3} + 0.105\sigma_{cr}^2) = 2.81m$$ **0.5**

Le type d'écoulement est fluvial : $y_n > y_{cr}$ 0.5

<u>Exercice N°2 : (12 Pts)</u>

1. **Calcul la profondeur normale :**

Selon la relation de Manning - Strickler devient, le débit volume *Q* est :

$Q = \frac{1}{n} S R_h^{2/3} \sqrt{i}$ **0.25** $S = by$ **0.25** $P = b + 2y$ **0.25** $R_h = \frac{S}{P}$ **0.25**

On va résoudre le problème par la méthode des approximations successives. La feuille de calcul est présentée ci-dessous. *Calcul itératif de la profondeur normale* **1**

$Q = 20m^3/s$; $b = 2.5m$ $i = 0.02$ $n = 0.02$					
Essais	y_n (m)	S (m^2)	P (m)	R_h (m)	Q calculé (m^3/s)
1	1.46	3.65	5.42	0,67343173	19,8292788
2	1.47	3.675	5.44	0,67555147	20,0069694
3	1.48	3.7	5.46	0,67765568	20,1848773

La profondeur normale est donc: $y_n = 1.47m$ **1**

2. **Trouver la profondeur, la vitesse et la pente critiques du canal ?**

La hauteur critique y_c

$$\frac{Q^2 B}{gS^3} = 1$$ **0.5**

Canal rectangulaire : B = b la largeur du canal.

$$\frac{Q^2 b}{g b^3 y_{cr}^3} = 1 \Rightarrow y_{cr} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} \quad \mathbf{0.5}$$

$$y_{cr} = 1.86m \quad \mathbf{0.5}$$

La vitesse critique :

$$V_{cr} = \frac{Q}{S_{cr}} \; \mathbf{0.25}$$

L'aire de la section mouillée S critique du canal s'écrit :

$$S_{cr} = b y_{cr} = 2.5 \times 1.86 = 4.65 m^2 \quad \mathbf{0.5}$$

$$V_{cr} = \frac{Q}{S_{cr}} = \frac{20}{4.65} = 4.3 m/s \quad \mathbf{0.5}$$

La pente critique

$$Q = \frac{1}{n} S_{cr} R_{hcr}^{2/3} \sqrt{i_{cr}} \Rightarrow i_{cr} = \left(\frac{nQ}{S_{cr} R_{hcr}^{2/3}} \right)^2 \quad \mathbf{0.5}$$

Le périmètre mouillé P est : $P = b + 2y_{cr} = 6.22m$ **0.5**

Le rayon hydraulique : $R_h = \frac{S}{P} = 0.75m$ **0.5**

$$i_{cr} = \left(\frac{nQ}{S_{cr} R_{hcr}^{2/3}} \right)^2 = 0.011 m/m \quad \mathbf{0.5}$$

3. **Déterminer l'énergie spécifique minimale ?**

L'énergie spécifique s'écrit :

$$E_S = y + \frac{V^2}{2g}. \quad \mathbf{0.25}$$

Compte tenue que $V = Q/S$, l'énergie spécifique s'écrit aussi :

$$E_S = y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

L'énergie spécifique atteint sa valeur minimale avec la profondeur critique y_c .

$$E_{S\min} = y_{cr} + \frac{Q^2}{2gS_{cr}^2} \; \mathbf{0.25}$$

$$E_{S\min} = 1.86 + \frac{20^2}{2 \times 10 \times 4.65^2} = 2.78m \; \mathbf{0.25}$$

4. **À la section 1, la profondeur est de 1,6 m. Calculer à quelle distance de section 1 la profondeur est de 1,8 m.**

La distance x de courbe de remous dans ce canal sur le tronçon entre les profondeurs y_1= 1,6 m et y_2= 1,8 m.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\Delta E}{i_f - i_{moy}} = \frac{E_1 - E_2}{i_f - i_{moy}} \quad \textbf{0.25}$$

i moy : représente la pente moyenne, elle est définie au milieu de l'intervalle Δx par:

$$i_{moy} = \frac{i(y_2) + i(y_1)}{2} \quad \textbf{0.25}$$

Relation de Chézy : $V = C\sqrt{iR_h} \Rightarrow i = \frac{V^2}{C^2 R_h}$ **0.25**

$S = by \qquad P = b + 2y \qquad R_h = \frac{S}{P}$

$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$ **0.25** $\qquad C = \frac{1}{n} R_h^{1/6}$ **0.25** $\quad E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$ **0.25** $\quad V = \frac{Q}{S}$ **0.25**

Tableau de calcul **0.5**

y	S	P	Rh	C	V	i	E
1.6	4	5.7	0,70175439	47,1339887	5	0,01603565	2,85
1.8	4.5	6.1	0,73770492	47,5280997	4,44444444	0,01185363	2,78765432

$i_{moy} = 0.014$ **0.25**

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\Delta E}{i_f - i_{moy}} = \frac{E_1 - E_2}{i_f - i_{moy}} = \frac{2.85 - 2.79}{0.02 - 0.014} = 10m \quad \textbf{0.5}$$

- le type de courbe de remous.

Branche S2 : qui correspondant aux conditions suivantes : $y_c > y > y_n$ **0.5**