2^{ST} Solution EMD Mécanique des fluides. (Dr. MAMERI A)

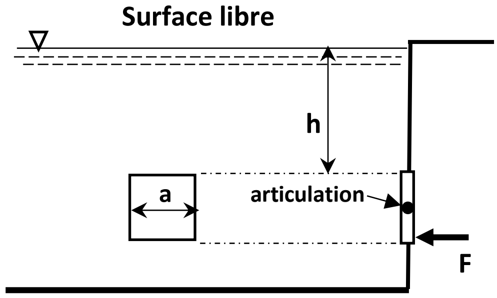
Problème 1 (5 pts):

Une porte carrée de côté ***a*** est montée sur la paroi d'un réservoir. Si la porte est située à une profondeur ***h*** sous l'eau, trouver les expressions de:

1. La profondeur du centre de gravité h_g de la porte.
2. La force F_R appliquée sur la porte.
3. La profondeur h_{cp} du point d'application de F_R.
4. Si la porte est articulée en son milieu (Fig.), prouver que la force ***F*** nécessaire pour garder la porte fermée est $F = \frac{\rho g a^3}{6}$.

AN : Faite les calculs pour ρ_{eau} ***=1kg/l, a=1m et h=2m***.

On donne $I_{XG} = \frac{a^4}{12}$.



1. **Profondeur du centre de gravité de la porte :** $h_g = h + \frac{a}{2}$ **0.5pts**
2. **Force appliquée sur la porte :** $F_R = \rho g h_g s = \rho g (h + \frac{a}{2}) a^2$ **0.5pts**
3. **Point d'application de la force :** $h_{cp} = h_g + \frac{I_{XG}}{h_g s} = \left(h + \frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{12\left(h + \frac{a}{2}\right)}$ **0.5+0.5pts**
4. **La somme de moments par rapport au point d'articulation est nulle :**

$F_R\left(h_{cp} - h_g\right) = F\frac{a}{2}$, **on remplace** F_R, h_{cp} et h_g, **on trouve :** $F = \frac{\rho g a^3}{6}$ **1+1pts**

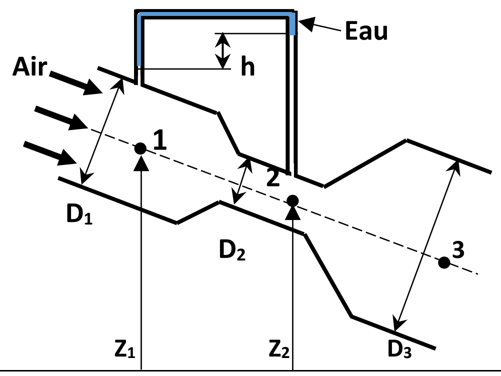
<u>AN :</u> Si on remplace par les valeurs numériques, on trouve :

$h_g = 2.5\,m,\ F_R = 24{,}525\,KN,\ h_{cp} = 2.53m \quad et\ F = 1{,}635\,KN$ **0.25*4=1pt**

Problème 2 (7 pts):

L'air de masse volumique constante de ***1kg/m³*** s'écoule sans frottements dans un tube de venturi muni d'un manomètre à eau qui affiche une dénivellation ***h=10 cm***.

1. En utilisant la relation de Bernoulli trouver l'expression de P_1-P_2 dans le tube de venturi.
2. En utilisant la loi des manomètres retrouver l'expression de P_1-P_2.
3. Si D_1***=20 cm et*** D_2***=10 cm,*** calculer la vitesse de l'air v_1 au point ***(1)***.
4. Trouver le débit volumique et massique.



1. **Expression de P_1-P_2 à partir de Bernoulli :**

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 \qquad \textbf{1pts}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g (z_2 - z_1) \qquad \textbf{0.5pts}$$

2. **Du manomètre : (x est la distance entre le point (1) et le début de l'eau)**

$$P_1 - \rho g x - \rho_{eau} g h + \rho g (h + x + z_1 - z_2) = P_2 \qquad \textbf{1pt}$$

$$P_1 - P_2 = gh(\rho_{eau} - \rho) + \rho g (z_2 - z_1) \qquad \textbf{0.5pts}$$

3. **Calcul de la Vitesse v_1 , en égalisant les expressions de $P_1 - P_2$ et en utilisant l'équation du débit volumique** $v_1 s_1 = v_2 s_2 \rightarrow v_2 = v_1\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$ **1pt**

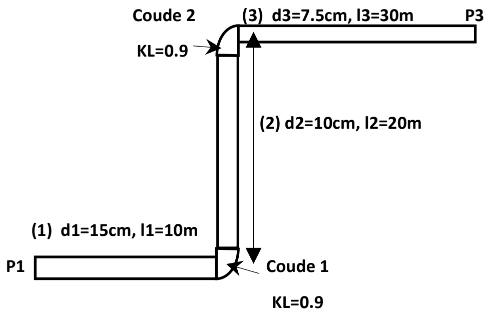
On trouve : $v_1 = \sqrt{2gh\left(\frac{\rho_{eau}}{\rho} - 1\right) \Big/ \left[\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1\right]} = 11.43\,\frac{m}{s}$ **1+1pts**

4. **Le débit volume est** $\dot{Q} = v_1 s_1 = 0.36\,\frac{m^3}{s}$ **et le débit masse** $\dot{m} = \rho \dot{Q} = 0.36\,\frac{kg}{s}$ **0.5+0.5 pts**

Problème 3 (8 pts):

L'eau de viscosité dynamique μ ***=10^{-3}Pa.s*** s'écoule avec un débit constant de ***47.1 l/sec*** dans le réseau de conduites ***lisses*** montrées par la figure.

1. Calculer les vitesses **v_1**, **v_2** et **v_3** et les nombres de Reynolds **R_{e1}**, **R_{e2}** et **R_{e3}** dans les conduites.
2. Trouver les coefficients de frottement ***f*** à partir du diagramme de MOODY(**à remettre avec la copie**).
3. Calculer les pertes de charge linéaires en prenant ***f_1=0.014, f_2=0.013*** et ***f_3=0.012*** pour les conduites ***(1)***, ***(2)*** et ***(3).***
4. Calculer les pertes de charges singulières dans les coudes en prenant la vitesse ***v_1*** au coude 1 et ***v_2*** au coude 2**.**
5. Calculer la perte de pression globale ***$\Delta P=P_1-P_3$***.



1. **Calcul des vitesses et des nombres de Reynolds :**

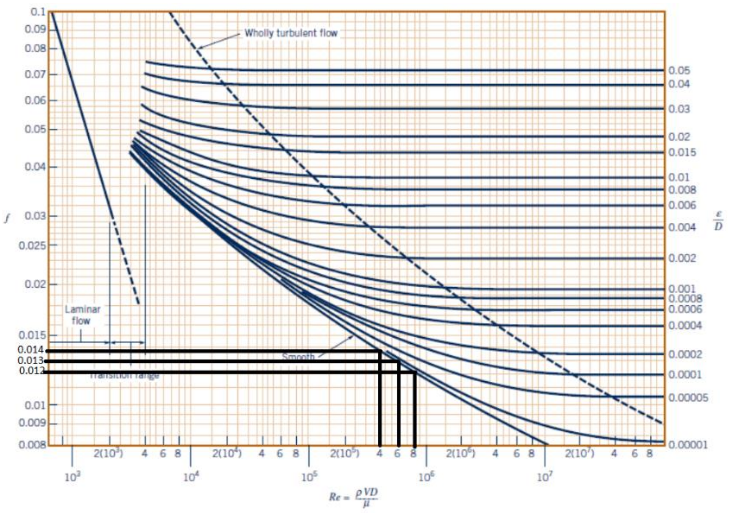
$$v_1=\frac{\dot{Q}}{s_1}=\frac{0.0471\times4}{3.14\times0.15^2}=2.67\frac{m}{s},\ Re_1=\frac{\rho v_1 D_1}{\mu}=\frac{10^3\times2.67\times0.15}{10^{-3}}=4\times10^5 \qquad 0.5\ +\ 0.5\ \text{pts}$$

$$v_2=\frac{\dot{Q}}{s_2}=\frac{0.0471\times4}{3.14\times0.10^2}=6.00\frac{m}{s},\ Re_2=\frac{\rho v_2 D_2}{\mu}=\frac{10^3\times6.00\times0.10}{10^{-3}}=6\times10^5 \qquad 0.5\ +\ 0.5\ \text{pts}$$

$$v_3=\frac{\dot{Q}}{s_3}=\frac{0.0471\times4}{3.14\times0.075^2}=10.67\frac{m}{s},\ Re_3=\frac{\rho v_3 D_3}{\mu}=\frac{10^3\times10.67\times0.075}{10^{-3}}=8\times10^5 \qquad 0.5\ +\ 0.5\ \text{pts}$$

2. **Les conduites sont lisses, du diagramme de MOODY on trouve :**

f_1=0.014, ***f_2=0.013*** et ***f_3=0.012*** **0.5 + 0.5 + 0.5 pts**



3. Calcul des pertes de charges linéaires :

$$h_{Lf}=\sum_{i=1}^{3}f_i\left(\frac{l_i}{D_i}\right)\frac{v_i^2}{2g}=\frac{1}{2\times9.81}\left(\frac{0.014\times10\times2.67^2}{0.15}+\frac{0.013\times20\times6.00^2}{0.10}+\frac{0.012\times30\times10.67^2}{0.075}\right)=33m \quad \text{1pt}$$

4. Calcul des pertes de charges singulières :

$$h_{Ls}=\sum_{i=1}^{2}K_{Li}\frac{v_i^2}{2g}=\frac{0.9}{2\times9.81}\left(2.67^2+6.00^2\right)=2m \qquad \text{1pt}$$

5. Pertes de pression globale, l'équation d'énergie s'écrit pour les conduites :

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=P_3+\frac{1}{2}\rho v_3^2+\rho g z_3+\rho g h_L \qquad \text{1pt}$$

$$\Delta P=P_1-P_3=\frac{1}{2}\rho(v_3^2-v_1^2)+\rho g(z_3-z_1)+\rho g h_L=\frac{10^3}{2}\left(10.67^2-2.67^2\right)+$$
$$10^3\times9.81(20+33+2)=593KPa \qquad \text{1pt}$$