



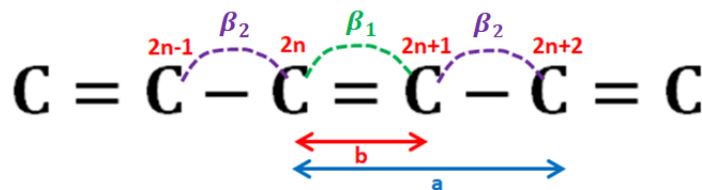
Examen : Physique du solide

Durée : 1h30

Exercice 1 (08)

Soit un réseau linéaire de maille 'a' ayant un motif (ou base) composé de deux atomes identiques situés sur la ligne et distants à l'équilibre de b ($b < \frac{a}{2}$). On repère la position instantanée des atomes par $x_1, x_2, \dots, x_{2n-1}, x_{2n}, x_{2n+1}, \dots$ et leur écart le long de la ligne par rapport à leur position d'équilibre par $u_1, u_2, \dots, u_{2n-1}, u_{2n}, u_{2n+1}$

En se limitant aux interactions entre un atome donné et ses proches voisins, les interactions qui sont caractérisées par les constantes de rappel β_1 et β_2 et qui sont symbolisées sur la figure ci dessous.



- 1) établir les équations du mouvement des deux espèces d'atomes qui constituent le motif.
- 2) A partir des solutions de la forme : $u_{2n} = Ae^{i(2nka - \omega t)}$, $u_{2n+1} = Be^{i((2n+1)ka - \omega t)}$, établir les relations de dispersion $\omega = f(K)$, des branches acoustiques et optiques longitudinales en fonction de β_1, β_2 , m (masse d'un atome) et a.
- 3) Préciser la valeur littérale du rapport des amplitudes $\frac{A}{B}$ pour chacune de ces branches au centre de la zone de Brillouin $K=0$. Remarques.
- 4) Tracer la courbe $\omega=f(k)$.

Exercice 2 (05)

On étudie un cristal 'x' de paramètre de maille a, le rayon des atomes constituant le cristal est $R=0.144$ nm.

- 1) Quelle est la valeur du paramètre 'a', sachant que cet élément cristallise dans le système cubique.
- 2) Combien la maille élémentaire renferme -t-elle d'atomes ?

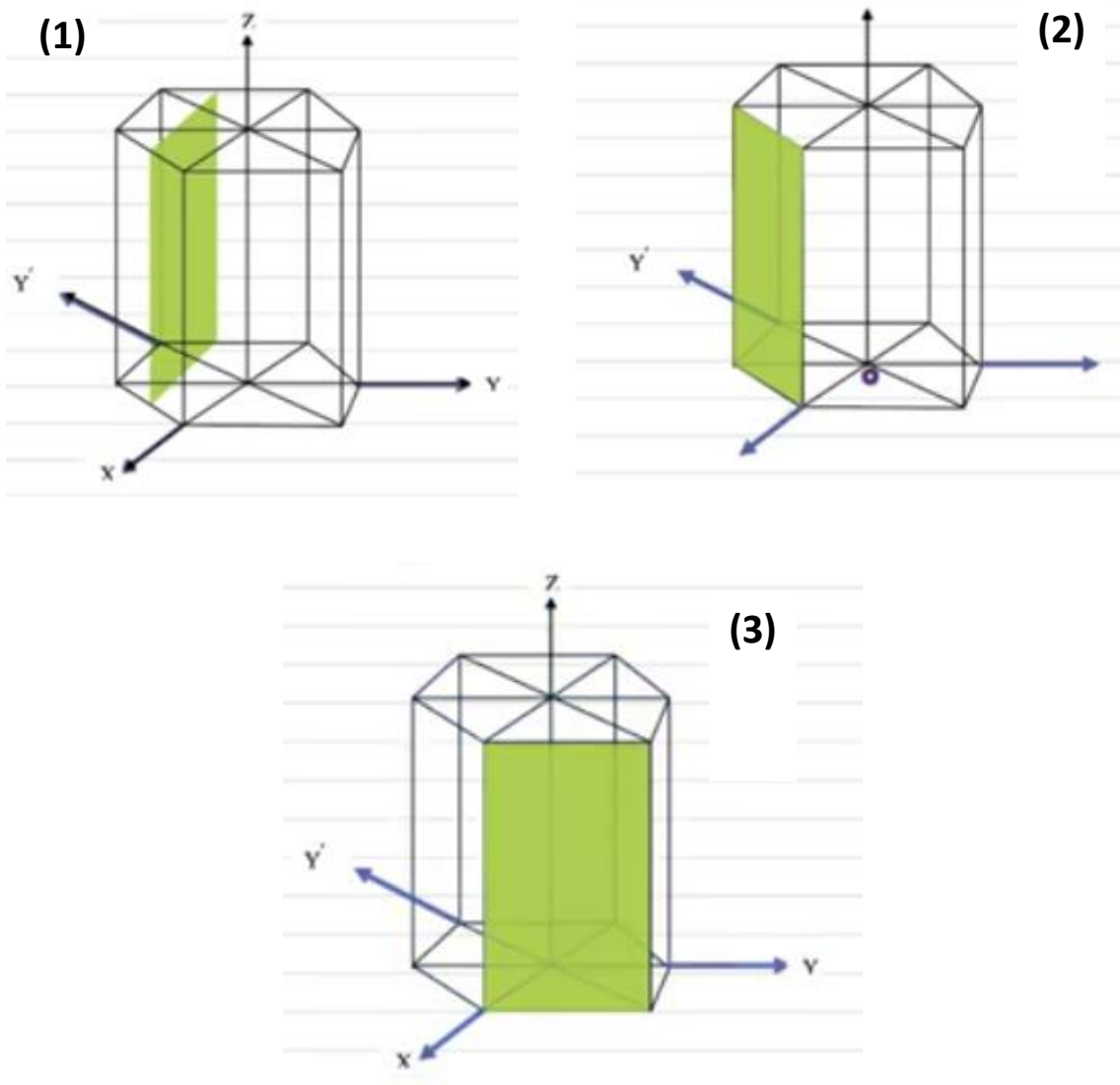
3) Quel est le type de réseau ?

La masse atomique de l'élément considéré est $M = 197 \text{ (g)}$. Sa masse volumique est égale à $19.32 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ et Nombre d'Avogadro ($N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$).

Exercice 3 (07)

Un métal 'M' cristallise dans une structure hexagonale compacte 'HC' .

- 1) Donner la coordonnée des atomes.
- 2) En prenant pour rayon métallique du métal la valeur $R = 1.25 \text{ \AA}$, calculer a et c .
- 3) Calculer la capacité de la maille sachant que les paramètres réels sont $a = 2.52 \text{ \AA}$ et $c = 4.52 \text{ \AA}$ et conclure.
- 4) Trouver les indices de Miller pour les plans représentés sur les figures ci-dessous.



Exercice 1:

1/ les équations du mouvement

$$M U_{2n} = \beta_1 (U_{2n+1} - U_n) + \beta_2 (U_{2n-1} - U_{2n})$$

(0,75)

$$M U_{2n+1} = \beta_2 (U_{2n+2} - U_{2n+1}) + \beta_1 (U_{2n} - U_{2n+1})$$

(0,75)

2/ les relations de dispersion $\omega = f(k)$

$$(-M\omega^2 + \beta_1 + \beta_2)A - (\beta_1 e^{ikb} + \beta_2 e^{ik(-a+b)})B = 0$$

(*)

(0,75)

$$-(\beta_1 e^{-ikb} + \beta_2 e^{ik(a-b)})A + (-M\omega^2 + \beta_1 + \beta_2)B = 0$$

(*)

(0,75)

$$\begin{vmatrix} -M\omega^2 + \beta_1 + \beta_2 & -(\beta_1 e^{ikb} + \beta_2 e^{ik(-a+b)}) \\ -(\beta_1 e^{-ikb} + \beta_2 e^{ik(a-b)}) & -M\omega^2 + \beta_1 + \beta_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\omega^4 - \frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{M} \omega^2 + \frac{4\beta_1\beta_2}{M^2} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

(1)

$$\boxed{\omega^4 = \Omega^2}$$

$$\Omega^2 - \frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{M} \Omega^2 + \frac{4\beta_1\beta_2}{M^2} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right) = 0$$

$$\Delta = 4 \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{M} \right)^2 - 16 \frac{\beta_1 \beta_2}{M^2} \sin^2 \left(\frac{ka}{2} \right) \quad (0,5)$$

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\beta_1 + \beta_2}{M} \pm \frac{1}{M} \sqrt{(\beta_1 + \beta_2)^2 - 4\beta_1 \beta_2 \sin^2 \left(\frac{ka}{2} \right)} \quad (1)$$

3/ le rapport des Amplitudes $\frac{A}{B}$ pour chacune de ces branches au centre de la zone de Brillouin

$$k=0$$

$$[k \rightarrow 0] \Rightarrow [\omega_-^2 = 0] \text{ Branche acoustique } (1)$$

$$[k \rightarrow 0] \Rightarrow \left[\omega_+^2 = \frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{M} \right] \text{ Branche optique } (2)$$

→ on remplace la relation (1) dans (4) :

$$(*) \Leftrightarrow (-M(0) + \beta_1 + \beta_2)A - (\beta_1 e^{i0} + \beta_2 e^{i0})B = 0$$

$$\Rightarrow (\beta_1 + \beta_2)A = (\beta_1 + \beta_2)B \Rightarrow A = B \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{A}{B} = 1 \right]$$

les deux atomes vibrent en phase. (0,5)

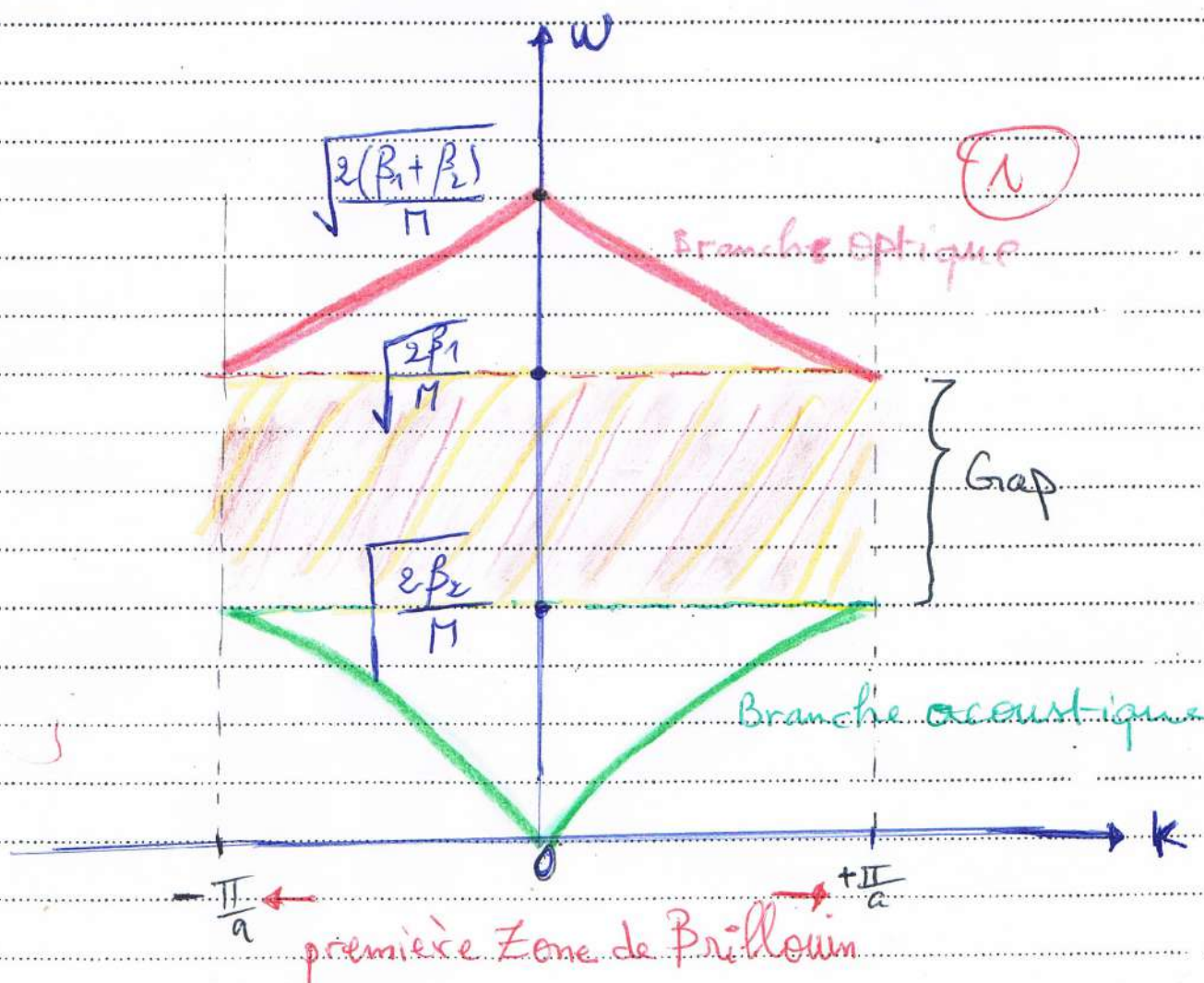
la relation ② $\rightarrow$ ④

$$\Rightarrow \textcircled{4} \Leftrightarrow \left(-M \left(\frac{2(\beta_1 + \beta_2)}{\pi} \right) + \beta_1 + \beta_2 \right) A - (\beta_1 e + \beta_2 e) B = 0$$

$$\Rightarrow -(\beta_1 + \beta_2) A - (\beta_1 + \beta_2) B = 0$$

$\Rightarrow \boxed{A = -B}$ les 2 atomes vibrent en opposition de phase

4) la courbe $\omega = f(k)$



Exercice 2 :

1/ paramètre "a" :

* Système cubique

C.S

$$a = 2R \text{ (Orr)}$$

$$a = 2(0,144)$$

$$a = 0,28 \text{ nm}$$

C.C

$$4R = \sqrt{3}a \text{ (Orr)}$$

$$a = \frac{4R}{\sqrt{3}} = \frac{4(0,144)}{\sqrt{3}}$$

$$a = 0,33 \text{ nm}$$

C.F.C

$$4R = \sqrt{2}a \text{ (Orr)}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{4(0,144)}{\sqrt{2}}$$

$$a = 0,41 \text{ nm}$$

2/ le nombre de motifs (Z) :

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ système cubique } (V = a^3)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{Z \cdot M}{N_A \cdot a^3} \Rightarrow Z = \frac{\rho \cdot N_A \cdot a^3}{M} \text{ (Orr)}$$

C.S

$$Z = \frac{19,32}{(10^{-9})^3} \times 6,02 \times 10^{23} \times \frac{1}{197}$$

$$Z = 5,903 \times a^3 \text{ (Orr)}$$

$$Z = 5,903 (0,28 \times 10^{-9})^3$$

$$Z_{C.S} = 0,7 \text{ X}$$

C.C

$$Z = 5,903 \times a^3 \text{ (Orr)}$$

$$Z = 5,903 (0,33 \times 10^{-9})^3$$

$$Z_{C.C} = 2,12 \text{ X}$$

C.F.C

$$Z = 5,903 \times a^3 \text{ (Orr)}$$

$$Z = 5,903 (0,41 \times 10^{-9})^3$$

$$Z_{C.F.C} \approx 4,0 \text{ ✓}$$

3/ il s'agit d'un C.F.C (1)

Exercice 3

① la coordonnée = 12 (0,5)

② $R = 1,25 \text{ \AA}$, a et c ?

on a : $a = 2R$ (0,5) $= 2 \times 1,25 = 2,5 \text{ \AA} \Rightarrow a = 2,5 \text{ \AA}$ (0,5)

$\frac{c}{a} = 1,633$ (0,5) $\Rightarrow c = 2,5 \times 1,633 \Rightarrow c = 4,08 \text{ \AA}$

③ la capacité : (le taux de remplissage)

(pseudo-maille) = 2 atomes

$$\rho = \frac{n \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^2 c \sin(120)} = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi (1,25)^3}{(2,5)^2 \times 4,08 \times \sin(120)}$$

$\rho = 65,82\%$ (0,5) $\rho < 74\% \Rightarrow$ la structure non compacte

④ les indices de Miller

figure (1) $\rightarrow (0\bar{2}20)$ (1)

figure (2) $\rightarrow (1\bar{1}00)$ (1)

figure (3) $\rightarrow (10\bar{1}0)$ (1)

GAGUI Souheyla/physique fondamentale/Semestre 6/Physique du solide/section 01						
Matricule	Note					
232334202813	0.0					
221434002958						
222234066102	6.25					
222234066112	6.75					
232334040904	14.0					
212134005820						
202034008927	9.25					
212134006374	8.5					

GAGUI Souheylaphysique fondamentale/Semestre 6/Physique du solide/groupe 1						
Matricule	Note					
232334202813	0.5					
221434002958						
222234066102	6.0					
222234066112	6.25					
232334040904	12.0					
212134005820						
202034008927	12.0					
212134006374	9.25					