

sciences de la matière/Semestre 2/F211 Mathématiques 2/ Analyses et Algèbre 2/							
Matricule	Note	Absent	Absence Justifiée	Observation	Section	Groupe	
252534006314	10.0					Section 1/Groupe 4	
252534067309	4.5					Section 1/Groupe 1	
252534036501	11.5					Section 1/Groupe 5	
252534076609	3.0					Section 1/Groupe 4	
222234005818	1.0					Section 1/Groupe 4	
252534036414	3.5					Section 1/Groupe 6	
252534031115	4.0					Section 1/Groupe 6	
242434043705	10.0					Section 1/Groupe 1	
252534010715	7.0					Section 1/Groupe 6	
252534044403	3.5					Section 1/Groupe 4	
252534040513	4.0					Section 1/Groupe 3	
252534060614	4.5					Section 1/Groupe 4	
202034004413						Section 1/Groupe 2	
252534010702	4.5					Section 1/Groupe 2	
252534047417	7.0					Section 1/Groupe 6	
252534019814	8.0					Section 1/Groupe 5	
242434056401	10.0					Section 1/Groupe 1	
252534021701						Section 1/Groupe 6	
252534051719						Section 1/Groupe 4	
242534100204	4.5					Section 1/Groupe 3	
252534076812	2.5					Section 1/Groupe 1	
242434044403	4.5					Section 1/Groupe 4	
252534074402	4.5					Section 1/Groupe 4	
252534047618						Section 1/Groupe 1	
232334097501	3.5					Section 1/Groupe 1	
252534036512	7.5					Section 1/Groupe 4	
252534020814	8.5					Section 1/Groupe 6	
252534067705	15.5					Section 1/Groupe 4	
252534010108	12.5					Section 1/Groupe 4	
252534081817	0.5					Section 1/Groupe 6	
242534109103	10.5					Section 1/Groupe 3	

252534047917	5.0					Section 1/Groupe 4
252534044620	2.0					Section 1/Groupe 5
252534111304	1.0					Section 1/Groupe 5
252534099913	13.0					Section 1/Groupe 3
191934003170						Section 1/Groupe 2
252534108305	5.5					Section 1/Groupe 4
252534036312						Section 1/Groupe 6
252534034406	7.5					Section 1/Groupe 5
252534047920	15.5					Section 1/Groupe 6
252534008204	0.5					Section 1/Groupe 3
252534052908	4.0					Section 1/Groupe 5
252534080605	3.5					Section 1/Groupe 5
252534051310	3.0					Section 1/Groupe 2
252534047005						Section 1/Groupe 4
252534080611	5.5					Section 1/Groupe 3
252534043202	6.0					Section 1/Groupe 3
242434063501	8.0					Section 1/Groupe 1
242434030220						Section 1/Groupe 1
242434047911	14.5					Section 1/Groupe 1
252534108814						Section 1/Groupe 5
252534044602	8.0					Section 1/Groupe 5
252534080610	0.5					Section 1/Groupe 6
252534010704	10.0					Section 1/Groupe 2
252534021113	0.5					Section 1/Groupe 3
252534047308	1.0					Section 1/Groupe 5
252534044617	7.0					Section 1/Groupe 2
252534074109	2.0					Section 1/Groupe 5
252534044608	6.5					Section 1/Groupe 4
252534041202	1.5					Section 1/Groupe 6
192234085901						Section 1/Groupe 2
252534101712	11.0					Section 1/Groupe 3
242534098517	16.5					Section 1/Groupe 4
212134005144						Section 1/Groupe 1

252534011610	11.0					Section 1/Groupe 4
252534036401	0.5					Section 1/Groupe 2
252534052518	2.5					Section 1/Groupe 3
242434006410	7.5					Section 1/Groupe 1
252534016916	13.0					Section 1/Groupe 4
252534051914						Section 1/Groupe 3
252534036210	3.0					Section 1/Groupe 6
252534017508						Section 1/Groupe 5
252534047302	4.5					Section 1/Groupe 4
252534080604	5.0					Section 1/Groupe 5
252534108816	12.0					Section 1/Groupe 1
242434011909	5.5					Section 1/Groupe 1
252534044614	10.0					Section 1/Groupe 2
252534033709	8.0					Section 1/Groupe 1
252534034719						Section 1/Groupe 4
252534008715	3.0					Section 1/Groupe 2
252534036409						Section 1/Groupe 3
252534047208	2.5					Section 1/Groupe 3
202034011622						Section 1/Groupe 1
252534022615						Section 1/Groupe 2
252534010706	0.5					Section 1/Groupe 6
242434072009						Section 1/Groupe 1
252534042909						Section 1/Groupe 3
252534021407	5.0					Section 1/Groupe 4
252534042512	7.0					Section 1/Groupe 6
252534036304	10.0					Section 1/Groupe 6
252534011601	0.5					Section 1/Groupe 2
252534053413	9.0					Section 1/Groupe 1
252534057314						Section 1/Groupe 2
252534018816	5.0					Section 1/Groupe 5
242434076104	10.16		Note acquise N-1	Note Acquise N-1		Section 1/Groupe 2
252534006605	3.0					Section 1/Groupe 4
252534080608	5.0					Section 1/Groupe 2

252534065908	8.0					Section 1/Groupe 1
252534047602	0.5					Section 1/Groupe 4
252534021720	6.0					Section 1/Groupe 6
252534019901						Section 1/Groupe 5
252534076215	10.0					Section 1/Groupe 1
252534081915	0.0					Section 1/Groupe 6
252534043412	0.5					Section 1/Groupe 6
242434079111	6.5					Section 1/Groupe 6
212134013239	11.5					Section 1/Groupe 1
252534036509	10.0					Section 1/Groupe 6
252534033615	4.0					Section 1/Groupe 6
242434010010						Section 1/Groupe 1
252534006318	6.0					Section 1/Groupe 4
252534068113						Section 1/Groupe 5
252534043717	4.0					Section 1/Groupe 2
252534048711	14.5					Section 1/Groupe 4
252534043009	2.5					Section 1/Groupe 5
252534068111						Section 1/Groupe 4
252534041317						Section 1/Groupe 3
252534071818	2.5					Section 1/Groupe 1
252534036211						Section 1/Groupe 2
252534048005						Section 1/Groupe 3
252534017704						Section 1/Groupe 4
242434036407	3.0					Section 1/Groupe 1
252534080613	8.0					Section 1/Groupe 4
252535035404	4.5					Section 1/Groupe 3
252534052606	5.5					Section 1/Groupe 2
242434048918	2.5					Section 1/Groupe 1
242434044702	4.5					Section 1/Groupe 4
252534033607	3.0					Section 1/Groupe 6
252534008415	2.5					Section 1/Groupe 4
252534042515	8.0					Section 1/Groupe 6
252534018709	1.0					Section 1/Groupe 5

[illegible]

Exercice 01

5 pts

1.

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^3) \dots (0.5pt), \quad \sin(x) = x - \frac{x^3}{6} + o(x^4) \dots (0.5pt)$$

2.

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{x - \frac{x^3}{6}}{1 - \frac{x^2}{2}} = x + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3) \dots (2pts)$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left(1 + 1 - \frac{x^2}{2}\right) - 2 \left(x + \frac{1}{3}x^3\right)}{2x - x + \frac{x^3}{6} - x - \frac{1}{3}x^3} = 7 \dots (2pts)$$

Exercice 02

6 pts

1. Le type : E.D linéaire d'ordre 1.....(1pt)

2. Résoudre l'E.D :

$$y' - \cos(x)y = (x + \cos(x))e^{\sin(x)}.$$

On a :

$$y' - \cos(x)y = 0 \Rightarrow y' = \cos(x)y \Rightarrow \frac{y'}{y} = \cos(x).$$

Donc :

$$\int \frac{dy}{y} = \int \cos(x)dx \Rightarrow y(x) = ke^{\sin(x)} \dots (1pt)$$

Variation de la constante :

$$y(x) = k(x)e^{\sin(x)}.$$

Alors :

$$y'(x) = k'(x)e^{\sin(x)} + \cos(x)k(x)e^{\sin(x)}.$$

En remplaçant dans l'équation :

$$k'(x) = x + \cos(x).$$

Donc :

$$k(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sin(x) + C.$$

D'où :

$$y(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + \sin(x) + C\right)e^{\sin(x)} \dots (1pt)$$

Résoudre le problème :.....(3pts)

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = 0, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = -1. \end{cases}$$

On a l'équation caractéristique :

$$r^2 - r - 6 = 0.$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(-6) = 25 > 0.$$

Donc :

$$r_1 = \frac{1-5}{2} = -2, \quad r_2 = \frac{1+5}{2} = 3.$$

La solution générale est :

$$y(x) = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}.$$

Alors :

$$y'(x) = -2C_1 e^{-2x} + 3C_2 e^{3x}.$$

Avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1, \\ -2C_1 + 3C_2 = -1. \end{cases}$$

On obtient :

$$C_1 = \frac{4}{5}, \quad C_2 = \frac{1}{5}.$$

Donc la solution particulière est :

$$y(x) = \frac{4}{5} e^{-2x} + \frac{1}{5} e^{3x}.$$

Exercice 03

9 pts

Soit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcul de A^2

.....(1pt)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Vérifions que :.....(1.5pts)

$$A^2 - A - 2I = 0.$$

Déduire l'inverse.....(1.5pts)

$$A(A - I) = 2I.$$

Comme

$$AA^{-1} = I,$$

on déduit :

$$A^{-1} = \frac{1}{2}(A - I).$$

Polynôme caractéristique

.....(2pts)

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 1 \\ 1 & -\lambda & 1 \\ 1 & 1 & -\lambda \end{vmatrix}.$$

Développement :

$$p(\lambda) = -\lambda(\lambda^2 - 1) - (1 - \lambda) + (1 + \lambda).$$

Ainsi :

$$p(\lambda) = (\lambda + 1)(-\lambda^2 + \lambda + 2).$$

Donc :

$$p(\lambda) = (\lambda + 1)^2(\lambda - 2).$$

Les valeurs propres sont :.....(1pt)

$$\lambda_1 = -1 \quad (\text{racine double}), \quad \lambda_2 = 2.$$

Donc la matrice A est diagonalisable.

Recherche d'une matrice P

.....(2pts)

Pour $\lambda = -1$:

$$(A + I)V = 0.$$

Ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Donc :

$$x + y + z = 0 \Rightarrow x = -y - z.$$

Ainsi :

$$V = \begin{pmatrix} -y - z \\ y \\ z \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

On peut choisir :

$$V_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Pour $\lambda = 2$:

$$(A - 2I)V = 0.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

On obtient :

$$x = y = z.$$

Donc :

$$V_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Finalement :

$$P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

sciences de la matière/Semestre 2/F211 Mathématiques 2/ Analyses et Algèbre 2/Groupe 4						
Matricule	Note	Absent	Absence Justifiée	Observation	Section	Groupe
252534006314	15.5				Section 1	Groupe 4
252534076609	10.0				Section 1	Groupe 4
222234005818	10.0				Section 1	Groupe 4
252534044403	10.0				Section 1	Groupe 4
252534060614	13.5				Section 1	Groupe 4
252534051719	0.0				Section 1	Groupe 4
242434044403	10.0				Section 1	Groupe 4
252534074402	16.5				Section 1	Groupe 4
252534036512	12.0				Section 1	Groupe 4
252534067705	16.0				Section 1	Groupe 4
252534010108	10.0				Section 1	Groupe 4
252534047917	11.0				Section 1	Groupe 4
252534108305	10.0				Section 1	Groupe 4
252534047005	0.0				Section 1	Groupe 4
252534044608	11.0				Section 1	Groupe 4
242534098517	18.0				Section 1	Groupe 4
252534011610	10.0				Section 1	Groupe 4
252534016916	16.5				Section 1	Groupe 4
252534047302	10.0				Section 1	Groupe 4
252534034719	0.0				Section 1	Groupe 4
252534021407	10.0				Section 1	Groupe 4
252534006605	14.5				Section 1	Groupe 4
252534047602	10.0				Section 1	Groupe 4
252534006318	10.0				Section 1	Groupe 4
252534048711	11.0				Section 1	Groupe 4
252534068111	0.0				Section 1	Groupe 4
252534017704	0.0				Section 1	Groupe 4
252534080613	10.0				Section 1	Groupe 4
242434044702	0.0				Section 1	Groupe 4
252534008415	10.0				Section 1	Groupe 4

[illegible]

[illegible]