OUSSAEIF Taki eddine/mathématiques/Semestre 4/Application des mathématiques aux autres science/Section

Matricule	Note
242434018906	20.0
242434010405	19.75
242434033710	20.0
222234063706	10.0
232334053215	
242434043814	19.5
222234036413	
242434052113	20.0
232334053202	16.0
222234063909	
242434065518	16.0
232334021514	17.0
232334008918	17.0
232334027403	
222234090904	20.0
232334006219	
212134058418	
232334041315	1.0
242434034801	0.0
222234009817	20.0
242434079807	18.75
162434106210	20.0
242434072301	16.5
242434019717	13.0
212134006093	
191934006333	
232334040015	20.0
222234040915	17.0
232334033113	20.0
242434079110	20.0
232334009204	18.0
222234041413	
222234069818	19.5
232334045401	
232334058919	17.0
232334020715	
232334059002	
222234020205	4.5
232334059001	19.5
232434096908	15.5
232334059201	20.0
212134001243	20.0
232334044419	20.0

242434021716	
232334053205	20.0
242434070301	20.0

Application of mathematics to other sciences

بعض النماذج والظواهر التي تبين تطبيق علم الرياضيات الواسع في بعض المجالات والميادين المختلفة:

.1

الفيزياء: نموذج المتذبذب التوافقي (Harmonic Oscillator)

المشكلة العلمية: وصف حركة جسم متصل بنابض (spring) أو بندول صغير الزاوية.

النموذج الرياضي (من قانون نيوتن الثاني $ma = F$):

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- $x(t)$: الإزاحة عن موضع التوازن في اللحظة t (بالمتر).
- t: الزمن (بالثانية).
- m: كتلة الجسم (بالكيلوغرام).
- k: معامل الصلابة (stiffness constant) للنابض (بالنيوتن/متر).
- $\omega = \sqrt{k/m}$: التردد الزاوي (angular frequency) (بالراديان/ثانية).

الافتراضات:

- قوة الاستعادة خطية تماماً ($F = -kx$).
- لا يوجد احتكاك أو قوى خارجية.
- الحركة في بعد واحد.

الحل التحليلي الكامل:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \quad \text{أو} \quad x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

حيث A: السعة (amplitude)، ϕ: الطور الأولي (initial phase).

التحليل: الطاقة الكلية $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ محفوظة. الدورة $T = 2\pi/\omega$ مستقلة عن السعة (isochronism).

تطبيقات حقيقية: ساعات الكوارتز، أنظمة التعليق في السيارات، نمذجة اهتزاز الجسور (مثل انهيار جسر تاكوما 1940).

Scanné avec CamScanner

.2

البيولوجيا: نموذج لوتكا-فولتيرا (Lotka-Volterra) للتفاعل مفترس-فريسة

المشكلة: وصف التغير الزمني في أعداد نوعين متفاعلين (فريسة ومفترس).

النموذج:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y \end{cases}$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- $x(t)$: (عدد) عدد أفراد الفريسة في اللحظة t.
- $y(t)$: (عدد) عدد أفراد المفترس في اللحظة t.
- $\alpha > 0$: (يوم^{-1}) معدل النمو الطبيعي للفريسة بدون مفترس.
- $\beta > 0$: ($\text{يوم}^{-1} \times \text{عدد}^{-1}$) معامل معدل الافتراس (كفاءة التقاء الفريسة بالمفترس).
- $\delta > 0$: ($\text{يوم}^{-1} \times \text{عدد}^{-1}$) معامل كفاءة تحويل الفريسة إلى نمو المفترس.
- $\gamma > 0$: (يوم^{-1}) معدل الموت الطبيعي للمفترس بدون فريسة.

الافتراضات:

- نمو الفريسة أسي بدون مفترس.
- تناقص المفترس أسي بدون فريسة.
- معدل الافتراس يتناسب مع xy (تفاعل عشوائي).

التحليل:

- نقاط التوازن: $(0,0)$ (انقراض) و $\left(\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\gamma}{\delta}\right)$ (توازن دوري).
- دالة الحفاظ: $V(x,y) = \alpha \ln y - \beta y + \gamma \ln x - \delta x$ = ثابت.
- الحلول دورية (دورات مغلقة في المستوى الطوري).

تطبيقات: نمذجة أسماك القد والقروش في بحر الشمال، أو الآفات الزراعية

Scanné avec CamScanner

.3

الطب والأوبئيات: نموذج SIR

المشكلة: نمذجة انتشار مرض معدٍ في مجتمع.

النموذج:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N} \\ \frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- $S(t)$: عدد الأفراد الحساسين (غير مصابين) في اللحظة t.
- $I(t)$: عدد الأفراد المصابين والمعدين في اللحظة t.
- $R(t)$: عدد الأفراد المتعافين (أو المتوفين) في اللحظة t.
- $N = S + I + R$: عدد السكان الكلي (ثابت).
- $\beta > 0$: معامل معدل الإصابة (transmission rate) (باليوم$^{-1}$).
- $\gamma > 0$: معامل معدل التعافي (recovery rate) (باليوم$^{-1}$).

الافتراضات:

- السكان مغلقون (لا ولادة أو هجرة).
- التفاعل عشوائي (mass action law).

التحليل:

- رقم التناسل الأساسي: $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$.
- إذا $R_0 > 1$ → انتشار؛ إذا $R_0 < 1$ → انحسار.
- ذروة الوباء عند $S = \frac{\gamma N}{\beta}$.

تطبيقات: نمذجة كوفيد-19 (منظمة الصحة العالمية 2020-2022) وتحديد موعد الإغلاق واللقاح.

Scanné avec CamScanner

الكيمياء الحيوية: نموذج مايكليس-مينتن

المشكلة: سرعة تفاعل إنزيم مع ركيزة.

الاشتقاق المختصر:

$$E + S \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} ES \xrightarrow{k_2} E + P$$

بعد افتراض حالة مستقرة (quasi-steady-state):

$$v = \frac{V_{\max}[S]}{K_m + [S]}$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- $[S]$: تركيز الركيزة (بالمول/لتر).
- v: سرعة التفاعل (معدل تكون المنتج) (بالمول/لتر/ثانية).
- $V_{\max} = k_2[E]_0$: السرعة القصوى عند تشبع الإنزيم.
- $[E]_0$: تركيز الإنزيم الكلي (ثابت).
- $K_m = \frac{k_{-1}+k_2}{k_1}$: ($V_{\max}/2v$ يعطي) ثابت مايكليس (تركيز الركيزة الذي).
- k_1, k_{-1}, k_2: معاملات السرعة للخطوات (باللتر/مول/ثانية أو ثانية$^{-1}$).

التحليل: منحنى هيبربولي: خطي عند [S] منخفض، مشبع عند [S] عالي.

تطبيقات: تصميم أدوية مثبطة للإنزيمات (مثل أدوية الضغط أو السرطان).

Scanné avec CamScanner

١ الاقتصاد: نموذج البرمجة الخطية (Linear Programming)

المشكلة: تخصيص موارد محدودة لتحقيق هدف أقصى (ربح).

النموذج العام:

$$\max z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

مع قيود:

$$\sum_{j-1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1, \ldots, m), \quad x_j \geq 0$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- x_j: كمية المنتج j المنتجة (متغيرات القرار).
- c_j: ربح الوحدة من المنتج j (بالدينار/وحدة).
- a_{ij}: كمية المورد i المستهلكة لإنتاج وحدة واحدة من x_j.
- b_i: كمية المورد i المتوفرة (القيد).
- z: الدالة الهدف (الربح الكلي).

التحليل: طريقة السمبلكس (Simplex) أو البرمجة الداخلية.

التطبيق : في ميدان النقل ومجال الإنتاج وفي مجال التوزيع ومجال البحوث العملياتية.

Scanné avec CamScanner

.6

علوم البيئة: معادلة الانتشار والحمل (Advection-Diffusion Equation)

المشكلة: انتشار ملوث في نهر أو جو.

النموذج:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC$$

تعريف كل متغير ومعامل:

- $C(x,t)$: تركيز الملوث في المكان x والزمن t (بالملغ/لتر).
- u: سرعة التيار أو الرياح (advection velocity) (بالم/ثانية).
- $D > 0$: معامل الانتشار (diffusion coefficient) (بالم²/ثانية).
- $k > 0$: معامل التحلل أو التحلل البيولوجي (decay rate) (بالثانية⁻¹).

الافتراضات:

- تدفق أحادي البعد.
- انتشار فيك (Fick's law).

التحليل: حلول عددية (Finite Difference) أو تحويل لابلاس.

التطبيق: في كل ظواهر الانتشار والتدفق.

Scanné avec CamScanner