

Exo 1 (13 points)

0,25

0,25

pour $S=1 \Rightarrow -1 \leq m_s \leq 1 \Rightarrow$ donc $\mu_s = 2S+1$ valeurs $\Rightarrow \mu_s = 2 \times 1 + 1 = 3 \Rightarrow 3$ valeurs

donc $m_s = -1, 0, 1$. 0,25

Ainsi la base $\{|s, m_s\rangle\}$ contient 3 vecteurs $\{|1, -1\rangle, |1, 0\rangle, |1, 1\rangle\}$ 0,25

Dans la base $\{|s, m_s\rangle\}$ on a :

$$S^2 |s, m_s\rangle = \hbar^2 s(s+1) |s, m_s\rangle \quad 0,5$$

$$S_z |s, m_s\rangle = m_s \hbar |s, m_s\rangle. \quad 0,5$$

$$S_z = \begin{pmatrix} \langle 1, 1 | S_z | 1, 1 \rangle & \langle 1, 1 | S_z | 1, 0 \rangle & \langle 1, 1 | S_z | 1, -1 \rangle \\ \langle 1, 0 | S_z | 1, 1 \rangle & \langle 1, 0 | S_z | 1, 0 \rangle & \langle 1, 0 | S_z | 1, -1 \rangle \\ \langle 1, -1 | S_z | 1, 1 \rangle & \langle 1, -1 | S_z | 1, 0 \rangle & \langle 1, -1 | S_z | 1, -1 \rangle \end{pmatrix} \quad 0,5$$

$$S_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 0,5$$

$$S_x = \frac{S_+ + S_-}{2} \quad \begin{aligned} S_+ |s, m_s\rangle &= \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s+1)} |s, m_s+1\rangle \\ S_- |s, m_s\rangle &= \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s-1)} |s, m_s-1\rangle \end{aligned} \quad \begin{matrix} 0,5 \\ 0,5 \end{matrix}$$

$$S_+ = \hbar \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_- = \hbar \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 0,5 \\ 0,5 \end{matrix}$$

Ainsi :

$$S_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 0,5$$

$$S_y = \frac{S_+ - S_-}{2i} \Rightarrow S_y = \frac{\hbar i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 0,25 \\ 0,5 \end{matrix}$$

$$S_x^2 = \frac{\hbar^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 0,5 \quad S_y^2 = -\frac{\hbar^2}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 0,5$$

$$H = \frac{\varepsilon}{\hbar^2} (S_x^2 - S_y^2) - \frac{\varepsilon}{\hbar} S_z = \varepsilon \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (01)$$

H n'est pas diagonal $\Rightarrow$ pour voir les valeurs prop $\Rightarrow$ il faut diagonaliser

$\Rightarrow$ calculer $\det(H - \lambda I) = 0$ — (01)

soit on a: (0,8)

le calcul donne $\det(H - \lambda I) = \lambda(2\varepsilon^2 - \lambda^2) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0 \vee \lambda_2 = \sqrt{2}\varepsilon, \lambda_3 = -\sqrt{2}\varepsilon$.
 (0,25) (0,25) (0,25)

$H_{diagonal} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2}\varepsilon \end{pmatrix}$ (01)

3 v.p. non dégénérées
 (0,75)

claire

Exo 2 (07 pt): déjà devais mis intérêt et même cours fait ensemble.

Anchoise

Exo 3: 07 pt $\rightarrow$ exactement en cours.