Université L'Arbi Ben M'hidi OEB 2025/2026

Contrôle de physique du solide approfondie M1 physique des matériaux

Exercice1 :

Soit un réseau linéaire d'atomes identiques, de masse **m** et équidistantes de **a**.

Chaque atome est soumis à une constante de rappel C_1 exercée par ses premiers voisins et C_2 exercée par ses seconds voisins.

1) Etablir l'équation régissant le déplacement de l'atome **S** soit $\mathbf{U_s}$ en fonction de $\mathbf{U_{s+1}}$, $\mathbf{U_{s-1}}$ **et** $\mathbf{U_{s+2}}$, $\mathbf{U_{s-2}}$.
2) Etablir la relation de dispersion des phonons longitudinaux, à partir d'une solution de la forme
   $\mathbf{U_s = U\exp i(ksa-wt)}$.

Exercice2:

1) Evaluer θ_D de Ge a partir de C_v mesurée a 3.23 K soit C_v= 12.5.10^{-4} joule/mole.K

L'expression de l'énergie interne à basse température est de la forme : $U=\frac{9\pi^4}{15}Nk_BT\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$

2) Comparer le résultat a celui que l'on peut déduire a partir de la vitesse du son :
   V_s= 3.75.10^3m/S, la densité atomique du Ge est n_{at}= 4.42.10^{22}/cm^3

Exercice3 :

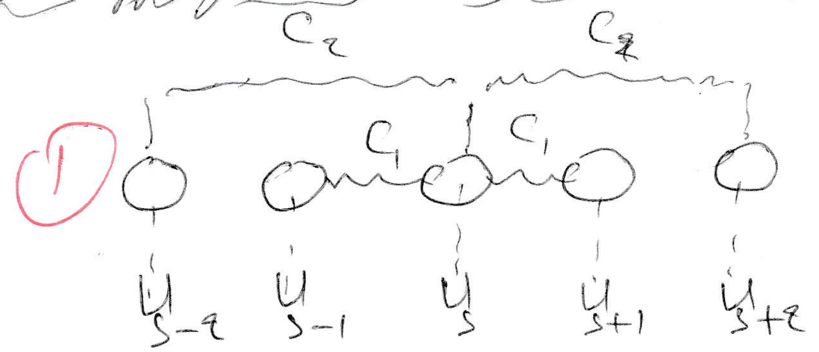
1) Trouver l'expression de D(E) pour le gaz d'électrons libres a 3D
2) Tracer le graphe de D(E) ainsi que de la fonction produit $D(E)F_{FD}(E)$ à T= 0K et à T> 0K
3) Calculer E_F et $D(E_F)$ dans le cas du potassium avec : n_{at}= 1.4.10^{28}/m^3
   m_e= 9.1.10^{-31}kg , k_B= 1.38.10^{-23}joule/K , N_{av}= 6.023.10^{23}/mole , $\hbar \approx 10^{-34}$joule.S

Bonne Chance

Corrigé : Solide approfondie, M1(M) 2025/2026

Ex 1 :

1



1) $$m\frac{d^2u_s}{dt^2} = C_1\left(u_{s+1}+u_{s-1}-2u_s\right) + C_2\left(u_{s+2}+u_{s-2}-2u_s\right)$$ 1

2) $$u_s = u\, e^{i(ksa-\omega t)}$$

$$\begin{cases} u_{s+1} = u_s\, e^{ika} \\ u_{s-1} = u_s\, e^{-ika} \end{cases}$$ 0,5

$$\begin{cases} u_{s+2} = u_s\, e^{2ika} \\ u_{s-2} = u_s\, e^{-2ika} \end{cases}$$ 0,5

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} = -\omega^2 u_s$$ 0,5

Alors : $$-m\omega^2 = C_1\left(e^{ika}+e^{-ika}-2\right) + C_2\left(e^{2ika}+e^{-2ika}-2\right)$$ 0,5

$$-m\omega^2 = C_1(2\cos ka - 2) + C_2(2\cos 2ka - 2)$$ 0,5 0,5

d'où : $$\boxed{\omega^2 = \frac{2C_1}{m}(1-\cos ka) + \frac{2C_2}{m}(1-\cos 2ka)}$$ 0,5

est la relation de dispersion

ou : $$\boxed{\omega^2 = \frac{4C_1}{m}\sin^2\frac{ka}{2} + \frac{4C_2}{m}\sin^2 ka}$$ 0,5

Ex 2:

1) On a: $U = \frac{9\pi^4}{15} N k_B T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$ 1

$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{36\pi^4}{15} N k_B \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 = 234 N k_B \frac{T^3}{\theta_D^3}$

d'où: $\theta_D = \left(\frac{234 N_{Av} k_B T^3}{C_V}\right)^{1/3}$ 0,5

AN: $\theta_D = \left(\frac{234 \times 6{,}023\times10^{23}\times 1{,}38\times10^{-23}\times(3{,}23)^3}{12{,}5\times10^{-4}}\right)^{1/3}$ 0,5

$\boxed{\theta_D = 374{,}28\,K}$ 0,5

2) On a: $K_D = (6\pi^2 n_{at})^{\frac{1}{3}}$ 1

d'où: $K_D = (6\pi\times 4{,}42\times10^{28})^{\frac{1}{3}} = 13{,}78\times10^{9}\,m^{-1}$ 0,5

Approximation de Debye: $\omega = v_s K$

d'où: $\omega_D = v_s K_D$ 0,5

0,5 $\omega_D = 3{,}75\times10^{3}\times 13{,}78\times10^{9} = 51{,}68\times10^{12}\,s^{-1}$

On a: $\hbar\omega_D = k_B\theta_D \rightarrow \theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k_B}$ 0,5

AN: $\theta_D = \frac{10^{-34}\times 51{,}68\times10^{12}}{1{,}38\times10^{-23}}$ 0,5

$\boxed{\theta_D = 374{,}49}$ 0,5

d'où: $\boxed{\theta_D^1 \simeq \theta_D^2}$ 0,5

EX3 : à 3D

La densité d'états : $g(K)$:

on a : $g(K)dK = \dfrac{4\pi K^2 dK}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3}$ (1) le nombre d'états compris entre K et $K+dK$

$L^3 = V$

d'où : $g(K)dK = \dfrac{V}{2\pi^2} K^2 dK$ (0,5)

pour l'électron libre : $E = \dfrac{\hbar^2}{2m} K^2$ (0,5)

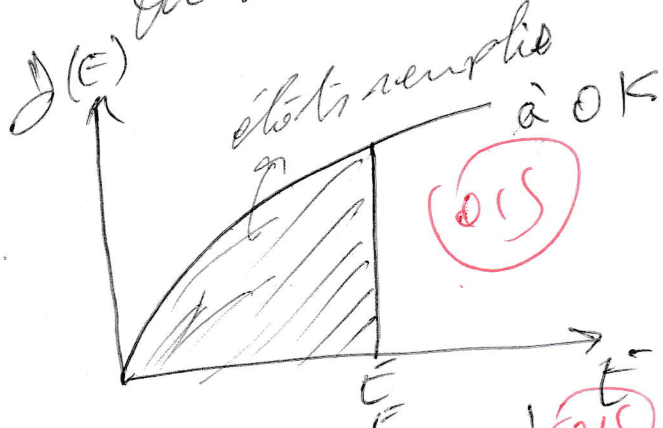
$2K^2 dK = \left(\dfrac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E}\, dE$ (0,5)

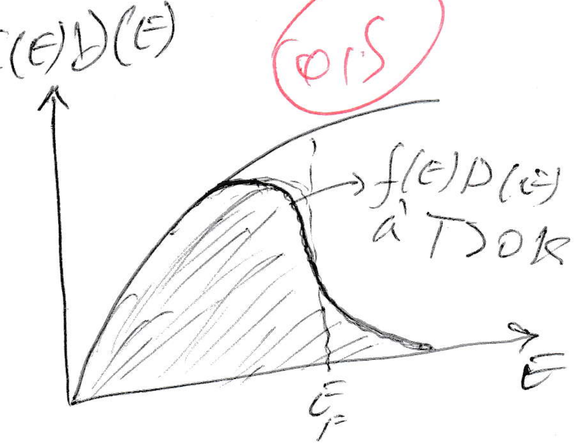
d'où : $2K^2 dK = \left(\dfrac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{E}\, dE$ (0,5)

on a : $D(E)dE = 2\, g(k)dK$ (0,5)
spin $(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

Alors : $\boxed{D(E) = \dfrac{V}{2\pi^2}\left(\dfrac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{E}}$ est la densité d'états électronique ou la densité en énergie $(D(E))$.

2)





3) on a : $K_F = (3\pi^2 n_{el})^{\frac{1}{3}}$ (0,5) , $n_{el} = n_{At} = 1{,}4 \times 10^{28}/m^3$ (0,5)

$E_F = \dfrac{\hbar^2}{2m} K_F^2 = \dfrac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n_{el})^{2/3}$ (0,5) , $D(E_F) = \dfrac{3}{2}\dfrac{N}{E_F}$ (0,5)

AN : $\boxed{E_F = 2{,}12\, eV}$ (0,5) , $\boxed{D(E_F) = 9{,}9 \times 10^{27}/m^3.eV}$ (0,5)