جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي
قسم: علوم الطبيعة والحياة والعلوم الدقيقة
السنة الأولى علوم فلاحية
السنة الجامعية: 2025--2026
المقياس: الرياضيات 1

التصحيح النموذجي للامتحان 1

المدة: 1 ساعة و30 دقيقة

التمرين ١. العلامة: 6 نقاط (نقطتان لكل سؤال)

لدينا:

$$f(x) = x^2 - 2$$

ا) الدالة f كثيرة حدود، فهي مستمرة على $[1,2]$. نحسب:

$$f(2) = 2 > 0 \quad \text{و} \quad f(1) = -1 < 0$$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة، توجد قيمة $\alpha \in]1,2[$ بحيث $f(\alpha) = 0$. كما أن:

$$f'(x) = 2x > 0 \quad \forall x \in [1,2]$$

إذن f تزايدية تمامًا والحل وحيد.

ب) صيغة طريقة نيوتن:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^2 - 2}{2x_n}$$

ج) باختيار $x_0 = 1.5$:

$$x_1 = 1.4167, \quad x_2 \approx 1.4142, \quad x_3 \approx 1.4142$$

التمرين ٢. العلامة: 5 نقاط (س1: 2ن، س2: 1ن، س3: 2ن)

لدينا:

$$g(x) = x^2 - 2x$$

ا) الدالة g كثيرة حدود، فهي مستمرة على $[0,2]$ وقابلة للاشتقاق على $]0,2[$. كما أن:

$$g(2) = 0 \quad \text{و} \quad g(0) = 0$$

إذن شروط مبرهنة رول محققة.

ب) حسب مبرهنة رول، يوجد عدد $c \in]0,2[$ بحيث:

$$g'(c) = 0$$

ج) نحسب:

$$g'(x) = 2x - 2 \Rightarrow c = 1$$

التمرين ٣. العلامة: 4 نقاط (نقطتان لكل سؤال)

ا)

$$\ln(x) = \ln(3) + \frac{x-3}{3} - \frac{(x-3)^2}{18} + o((x-3)^2)$$

ب)

$$\lim_{x\to 3} \frac{\ln(x) - \ln(3) - \frac{x-3}{3}}{(x-3)^2} = -\frac{1}{18}$$

التمرين ٤. العلامة: 5 نقاط

ا)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y(1-y)} \Rightarrow y(1-y)\,dy = dx$$

نكتب:

$$\frac{1}{y(1-y)} = \frac{1}{y} + \frac{1}{1-y}$$

بالتكامل:

$$\ln|y| - \ln|1-y| = x + C \Rightarrow \ln\left|\frac{y}{1-y}\right| = x + C$$