جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي

كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم: الرياضيات والإعلام الآلي **السنة الجامعية : 2024/ 2025**

المستوى : 1ج م إعلام آلي **امتحان في مادة التحليل 2** **المدة: ساعة و نصف.**

التمرين الأول:(8=2.5+3+2.5 نقاط)

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $\forall n \geq 1:\ u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}$.

باستعمال مجاميع ريمان أحسب النهاية: $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

2) أ) أحسب التكامل: $I = \int \frac{3t}{t^2+t-2}\,dt$ (لاحظ أن : $t^2 + t - 2 = (t-1)(t+2)$)

ب) باستعمال التكامل بتغيير المتغير و التكامل I أحسب التكامل:

$$J = \int \frac{3}{x + \sqrt{x+2}}\,dx.$$

التمرين الثاني:(4=1+3 نقاط)

1) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y' - y = x$ ... ... (E).

2) استنتج الحل الخاص للمعادلة (E) الذي يحقق: $y(0) = 1$.

التمرين الثالث:(8=1.5+1.5+2+3 نقاط)

1) أ) جد نشرا محدودا من المرتبة 3 بجوار0 للتوابع:

$$u(x) = e^x \tan x \quad , \quad v(x) = \frac{\sinh x}{1-x}.$$

ب) باستعمال النشور السابقة، أحسب النهاية:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\frac{\sinh x}{1-x} - e^x \tan x}{x^3}\right)$$

2) ليكن التابع g المعرف بـ $g(x) = x^2 \ln\left(1+\frac{2}{x}\right)$، نرمز بـ (Cg) للمنحنى البياني الممثل للدالة g.

أ) جد نشرا محدودا من الرتبة 2 بجوار ∞ للتابع $h(x) = \ln\left(1+\frac{2}{x}\right)$

ب) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to\infty}(g(x) - 2x + 2)$ واستنتج أن للمنحنى (Cg) مستقيم مقارب (نرمز له بـ (Δ)) يطلب كتابة معادلة للمستقيم (Δ).

يعطى: $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + o(x^3)$ ؛ $\sinh x = x + \frac{1}{6}x^3 + o(x^3)$ ؛

$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$ ؛ $\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + o(x^3)$.

بالتوفيق.