Université L.B.M'hidi Oumelbouaghi
Faculté des SESNV
Département : SM

$2^{ème}$ Année Physique

Corrigé de l'examen : Méthodes Numériques et Programmation

Exercice 1 : *(6pts)*

On souhaite calculer la racine de l'équation : $f(x) = e^x - 2 = 0$. 1.5

1-$f(0) = -1$; $f(1) = 0.718282$; $f(0) \times f(1) < 0 \;\; => \;\; \exists\, r \in [0\,,1\,]/\, f(r) = 0$

$f'(x) = e^x > 0 \;\forall\, x \in [0\,,1\,] \;\; => \;\; r$ est unique. 1

2- L'algorithme de Newton permettant de résoudre $f(x) = 0$:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$ 1.5

Dans notre cas $f(x) = e^x - 2 \;\; => \;\; f'(x) = e^x$

Alors l'algorithme devient : $x_{n+1} = x_n - \frac{e^{x_n} - 2}{e^{x_n}}$ 1.5

3- $x_0 = 0.5 \;\; =>$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.713061 \\ x_2 &= 0.693344 \\ x_3 &= 0.693147 \end{aligned}$$ 1.5

Donc $r \approx 0.6931474$

Exercice 2 : *(7pts)*

Soit l'équation différentielle : :

$$\begin{cases} y' = t^2 - \sin(y) \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \forall\, t \in \left[0\,,\frac{\pi}{4}\right]$$

$$\forall\, t \in [1\,,2]$$

L'algorithme d'Euler :

$$\begin{cases} y_0 \; donné \\ y_{i+1} = y_i + h\, f(t_i, y_i) \end{cases}$$ 2

Dans notre exercice :

$$f(t, y) = t^2 - y(t) \;\; ; \quad a = 0\,;\; b = \frac{\pi}{4}\,;\;\; h = \frac{\pi}{8} => \;\; n = 2$$ 1

Alors :

$$\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_{i+1} = y_i + [t_i^2 - y_i] \end{cases}$$

2

A.N. On trouve la solution suivante pour notre ODE :

i	t_i	y_i
0	0.	1.0
1	$\frac{\pi}{8}$	0.669555
2	$\frac{\pi}{4}$	0.486390

2

Exercice 3 : *(6 pts)*

```
! Ce programme calcule l'intégrale de la fontion
! f(x) sur l'intevalle [a,b] en utilisant la méthode
! de  Simpson .
! Exemple : f(x) = sqrt(1+x**2)
program  simpson
real :: a,b,sh,h
integer :: i,n
print*, ' Donner les valeurs de a   b   n '
read*,  a,b,n
h=(b-a)/n
sh=f(a)+f(b)
do i=1,n-1,2
  sh=sh+4*f(a+i*h)
enddo
do i=2,n-2,2
  sh=sh+2*f(a+i*h)
enddo
sh=sh*h/3
write(*,*) ' La valeur  approchee de I  est    Sh=   ', sh
contains
real function   f(t)
real :: t
f=sqrt(1.+t**2)
end function
end program  simpson
```