

Examen N°1

Durée 1h30

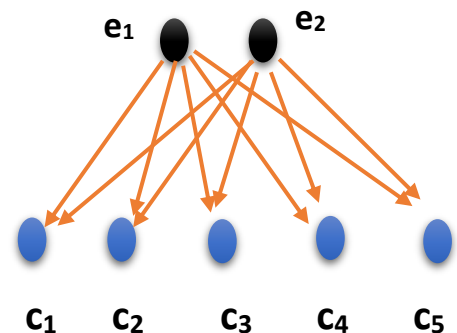
Exercice 1 5,5 pts

Soit la carte de Kohonen à 2 entrées et à 5 sorties. La similarité entre le vecteur d'entrée et le vecteur de poids du neurone j est mesurée par la distance euclidienne au carré. Les valeurs des poids initiales sont comme suit : $W = \{(3 ; 7), (6 ; 9), (1 ; 5), (4 ; 3), (8 ; 2)\}$.

1. Qu'est-ce qu'un neurone vainqueur ?

1pt

Le neurone vainqueur (neurone gagnant) est le neurone le plus proche des entrées, autrement dit c'est le neurone le plus similaire aux entrées car sa distance euclidienne au carré avec les entrées est la plus petite.



2. Soit une entrée $x = (5, 2)$. Déterminer le neurone vainqueur correspondant à cette entrée.

En se référant sur l'algorithme d'apprentissage du réseau de Kohonen, calculez la valeur des poids mis à jour de ce neurone.

3. Calculer les valeurs des poids des neurones voisins.

Nous supposons que :

$$f(w_i - e_i) = \frac{1}{2}(w_i - e_i)$$

$$g(w_i - e_i) = \frac{1}{4}(w_i - e_i)$$

1/ calcul du neurone vainqueur

1,5pt

- $V_1 = (3-5)^2 + (7-2)^2 = 29$
- $V_2 = (6-5)^2 + (9-2)^2 = 50$
- $V_3 = (1-5)^2 + (5-2)^2 = 25$
- $V_4 = (4-5)^2 + (3-2)^2 = 02$
- $V_5 = (8-5)^2 + (2-2)^2 = 09$

1pt

$\text{Min}(V_1, V_2, V_3, V_4, V_5) = V_4$ par conséquent le neurone vainqueur est **C₄**

2/ Modification des poids du neurone vainqueur C₄ et les poids de ces voisins C₃ et C₅

2pt

- $W_{41} = 4 + \frac{1}{2}(4-5) = 3.50$
- $W_{42} = 3 + \frac{1}{2}(3-2) = 3.50$
- $W_{31} = 1 + \frac{1}{4}(1-5) = 0.00$
- $W_{32} = 5 + \frac{1}{4}(5-2) = 5.75$
- $W_{51} = 8 + \frac{1}{4}(8-5) = 8.75$
- $W_{52} = 2 + \frac{1}{4}(2-2) = 2.00$

Exercice 2 6 pts

Dans un petit village, on a relevé le nombre de pièces par appartement :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'appartements	48	72	96	64	39	25	3

- 1,5pt** 1. Calculer les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées.

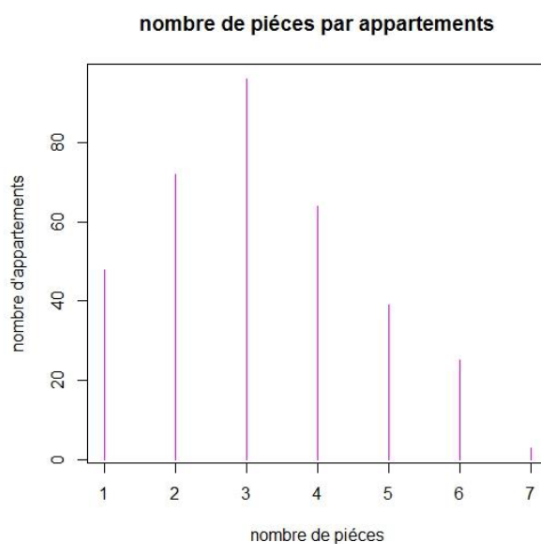
Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6	7
(Effectifs) n_i	48	72	96	64	39	25	3
(Effectifs cumulés) $=N_i$	48	120	216	280	319	344	347
Fréquence $=f_i$	0.14	0.21	0.28	0.18	0.11	0.07	0.01
Fréquences cumulées $=F_i$	0.14	0.35	0.63	0.81	0.92	0.99	1

- 0,5pt** 2. Donner le nombre d'appartements qui ont au plus 3 pièces.

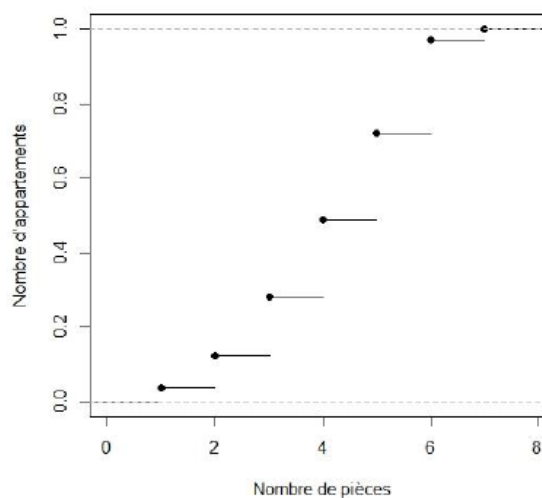
Il y a 216 appartements qui ont au plus 3 pièces.

- 1,5pt** 3. Tracer l'histogramme des effectifs. En déduisant le mode

La fréquence maximale est 0.277, elle est liée au nombre de pièces =3 : donc le mode =3



- 1pt** 4. Tracer la courbe des fréquences cumulées.



- 1,5pt** 5. Calculer : la médiane, la moyenne, la variance et l'écart type.

Médiane =3

Moyenne = 3,17

Variance = 2,15

Ecart type = 1,46

Exercice 3**8,5 pt**

Soit la matrice des données brutes suivante

1. Calculer : l'individu moyen, les écarts type et les variances**1,5pt**

	Taille	Poids	Age
1	165	70	22
2	160	73	30
3	170	80	34
4	163	65	24
Moyenne	164,5	72	27,5
Variance	13,25	29,5	22,75
Ecart type	3,64	5,43	4,76

2. Calculer la matrice centrée réduite.**3.** Calculer la matrice de corrélation.**1,5 pt**

0,14 -0,37 -1,15

-1,23 0,18 0,52

1,51 1,47 1,36

-0,41 -1,29 -0,73

1,5 pt

1 0,62 0,38

0,62 1 0,87

0,38 0,87 1

3. Calculer les valeurs propres associées à la matrice de corrélation

Revient à résoudre l'équation :

0,5 pt

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0,62 & 0,38 \\ 0,62 & 1-\lambda & 0,87 \\ 0,38 & 0,87 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

0,5 pt

$$\lambda^3 - \lambda^2 + 1,7\lambda - 0,1 = 0$$

Résultats : $\lambda_1 = 0,085$ $\lambda_2 = 0,647$ $\lambda_3 = 2,268$ **1 pt****4.** Calculer l'inertie de chaque valeur propre**0,5 pt**

$$\text{inertie}(\lambda_i) = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_j}$$

0,5ptInertie (λ_1) = $0,085 / (0,085 + 0,647 + 2,268) = 0,03$ (3%)Inertie (λ_2) = $0,647 / (0,085 + 0,647 + 2,268) = 0,22$ (22%)Inertie (λ_3) = $2,268 / (0,085 + 0,647 + 2,268) = 0,75$ (75%)**5.** Calculer les vecteurs propres des deux premières valeurs**0,5 pt**

$$CX = \lambda X$$

0,5 pt

$$V1 = \begin{vmatrix} -1,560 \\ 0,276 \\ 1 \end{vmatrix} \quad V2 = \begin{vmatrix} 0,834 \\ -1,094 \\ 1 \end{vmatrix}$$