جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي

كلية العلوم الدقيقة و علوم الطبيعية والحياة — قسم البيولوجيا

السنة الأولى : جذع مشترك بيولوجيا — مادة :الرياضيات و الإحصاء

العام الجامعي : 2025/2024

امتحان الدورة العادية

التمرين الأول : (07 نقاط)

1-حدد مجموعة تعريف الدالة التالية :

$$f(x) = \frac{e^{2x}\ln\left(x^2+5x-6\right)}{x-4}$$

f is defined $\iff \{x^2+5x-6 \succ 0$, and $x-4 \neq 0$ (1)

$\iff \{x \in]-\infty,-6[\cup]1,+\infty[$, and $x \neq 4$

$\iff \{x \in (]-\infty,-6[\cup]1,+\infty[) \cap (\mathbb{R}-\{4\})$ (0,5)

Hence,

$$D_f =]-\infty,-6[\cup]1,4[\cup]4,+\infty[$$ (0,5)

2-أحسب النهاية التالية

$\lim_{x\longrightarrow+\infty}\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2} = +\infty-\infty$ (IF) (1)

$\lim_{x\longrightarrow+\infty}\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2} = \lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{\left(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2}\right)\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}\right)}{\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}}$ (1)

$= \lim_{x\longrightarrow+\infty}\frac{-4}{\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}} = \frac{-4}{+\infty} = 0$ (0,5)

3-أحسب التكامل التالي

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx$$

we put $f = e^x$, $g' = \cos(2x)$ (0,5)

so $\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx = \frac{1}{2}e^x \sin(2x) - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} e^x \sin(2x)\,dx$.....(*) (0,5)

also we integre by part, we put $u = e^x$, $v' = \sin(2x)$ (0,5)

so $\int_0^{\pi} e^x \sin(2x)\,dx = -\frac{1}{2}e^x \cos(2x) + \frac{1}{2}\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx$.....(**) (0,5)

substituting (**) into (*) we get

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx = \frac{1}{2}e^x \sin(2x) + \frac{1}{4}e^x \cos(2x) - \frac{1}{4}\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx$$

then $\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)\,dx = \frac{2}{5}e^x \sin(2x) + \frac{1}{5}e^x \cos(2x) = \frac{1}{5}e^{\pi} - \frac{1}{5}$ (0,5)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1-أحسب المشتقات الجزئية للدوال التالية

$$f(x,y) = \left(\ln\frac{x^2}{y}\right)(\cos(x+2y)), \qquad g(x,y,z) = e^{xyz}\left(x^2+yz\right)$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{x}\left(2\cos(x+2y) - x\sin(x+2y)\ln\frac{x^2}{y}\right)$$ (1)

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = -\frac{1}{y}\left(\cos(x+2y) + 2y\sin(x+2y)\ln\frac{x^2}{y}\right)$$ (1)

$$\frac{\partial g(x,y,z)}{\partial z} = ye^{xyz}\left(x^3+yzx+1\right)$$ (1)

2- أدرس قابلية الإشتقاق عند النقطة $x_0 = 1$ للدالة التالية المعرفة على $\mathbb{R}$. ثم أحسب $f'(1)$.

$$f(x) = (x-1)|x-1|$$

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2, & \text{si } x > 1 \\ -(x-1)^2, & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$ (0,5)

$\lim_{x \prec 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \prec 1} \frac{-(x-1)^2}{x-1} = \lim_{x \prec 1} -(x-1) = 0$ (0,5)

$\lim_{x \succ 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \succ 1} \frac{(x-1)^2}{x-1} = \lim_{x \succ 1} (x-1) = 0$ (0,5)

so. $\lim_{x \prec 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \succ 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ (0,25)

Hence, f is derivable at the point $x_0 = 1$ and $f'(1) = 0$ (0,25)

التمرين الثالث : (08 نقاط)

Poids Xi	[64, 68[	[68, 72[	[72, 76[	[76, 80[	[80, 84[	[84, 88[	[88, 92[	المجموع
Nombre des Etudiants ni	15	33	26	52	32	30	12	200
Ci	66	70	74	78	82	86	90	(0,5)
fi	0.075	0.165	0.13	0.26	0.16	0.15	0.06	(1)
Ni	15	48	74	126	158	188	200	(1)
$n_i C_i$	990	2310	1924	4056	2624	2580	1080	15564 (1)
$n_i C_i^2$	65340	161700	142376	316368	215168	221880	97200	1220032 (1)

1 - احسب التوترات f_i و التكرارات المتراكمة N_i Calculer les frequences et les effectives cummulés

2- احسب النسبة المئوية لعدد الطلبة الذين تتراوح أوزانهم بين 68كغ و88 كغ

3- احسب المعدل الحسابي $\bar{X}$ و المنوال M_o و الوسيط Calculer la moyenne $\bar{X}$, le mode Mo, la mediane Me

4- احسب التباين $V(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

2) لدينا: $f_2+f_3+f_4+f_5+f_6 = 0,165+0,13+0,26+0,16+0,15 = 0,865$

إذن النسبة المئوية للطلبة الذين تتراوح أوزانهم بين 68 و88 كغ هي 86,5% (0,5)

3) المعدل الحسابي $\bar{X}$ (0,25)

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum n_i c_i = \frac{1}{200}(15564) = 77,82$ (0,25)

المنوال ؟

la classe modale : $[76, 80[$ (0,25)

$\Rightarrow M_o = l_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} A_i = 76 + \frac{(52-26)}{(52-26)+(52-32)} \cdot 4 = 78,26$ (0,25)

$200 \times 50\% = 100$ (0,25) نعوض في الجدول ؟ $= Me$ الوسيط

$\frac{Me-76}{100-74} = \frac{80-76}{126-74}$ (0,25) $\Rightarrow Me = 78,527$ (0,25)

4) التباين ؟

$V(X) = \frac{1}{n}\sum n_i c_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{200}(122003,2) - (77,82)^2 = 44,208$ (0,25)

الانحراف المعياري

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{44,208} = 6,6489$ (0,25)