Examen Théorie des Langages (THL)

Exercice n°=1 (4 pts)

I. Sur l'alphabet $X = \{a, b\}$, soient les langages :

$$L_1 = \{a, ab, ba\}, L_2 = \{\varepsilon, b, ab\}, L_3 = \{a^n b^n / n \geq 0\}.$$

Trouver : (2 pts)

$$L_1 \cdot L_2 ; L_2 \cdot L_1 ; L_1 \cdot L_3 ; L_1 \cdot \{\varepsilon\} ; \emptyset \cdot L_1 ; L_1 \cdot L_1 ; L_2 \cdot L_2 ; L_3 \cdot L_3$$

II. Soit le langage $L = \{\text{tous les mots de } \{0,1\}^* \text{ de longueurs paires}\}$.

- Donner une expression régulière qui correspond au langage L . (1 pt)
- Trouver une grammaire G qui engendre L . (1 pt)

Exercice n°=2 (5 pts)

Soit l'ensemble P des règles de production d'une grammaire G :

$$P = \{S \rightarrow a \mid \text{if } b \text{ then } S \mid \text{if } b \text{ then } S \text{ else } S\}$$

et soient les mots : $w_1 = \text{if } b \text{ then } a \text{ else } a$; $w_2 = \text{if } b \text{ then if } b \text{ then } a \text{ else } a$.

- Donner la description formelle de G . (1 pt)
- Quel est le type de G ? (Justifier votre réponse) (1 pt)
- Quelle est la signification de a et b ? (0.5 pt)
- Déterminer $L(G)$. (0.5 pt)
- Montrer que : $w_1 \in L(G)$; $w_2 \in L(G)$. (1 pt)
- Donner pour chaque mot l'arbre de dérivation correspondant. (1 pt)

Exercice n°=3 (6.5 pts)

1. Construire l'AEF équivalent à l'expression régulière suivante par la méthode des dérivées :

$$ER = 10 + (0 + 11)0^*1. (2 pts)$$

Dites si : $110001 \in L(AEF)$, $1101 \in L(AEF)$? (0.5 pt)

- Réduire l'AEF trouvé en 1). (0.5 pt)
- Pour l'AEF trouvé en 1), retrouver à l'aide de la méthode des équations le langage qu'il reconnaît. (1.5 pts)
- Donner pour l'AEF trouvé en 1) la grammaire G correspondante. (1 pt)
Quelle est son type ? (justifier votre réponse). (1 pt)

GOOD LUCK

Nom :	Prénom :	Groupe :	Note (QCM) :	4.5
-------------	----------------	----------------	--------------	-----

Questions de compréhension (QCM) : (4.5 pts)

Cochez la (les) bonne(s) réponse(s) dans ce qui suit :

1) Lequel des mots suivants est un sous-mot de *abcabcabc* ?

☐	aabbcc
☐	abacbcb
☐	acbba
☐	acbac

2) $\{a, b\}^*$ est un langage infini :

☐	Vrai
☐	Faux

3) Deux mots u, w définis sur l'alphabet V sont égaux si et seulement si : $|u| = |w| = n$

☐	Vrai
☐	Faux

4) Soit le mot $w = aabcbbca$. Le facteur $u = bccb$ n'est pas propre.

☐	Vrai
☐	Faux

5) Le langage engendré par la grammaire hors-contexte $G = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSb | bSa | \epsilon\})$:

☐	Régulier mais pas algébrique
☐	Ni algébrique ni régulier
☐	Algébrique mais pas régulier
☐	Régulier et algébrique

6) Les langages équivalents à $\{a, b, aab, bab\}$:

☐	$\{a, b\}. \{ab, \epsilon\}$
☐	$\{a\}. \{ab, \epsilon\}. \{b\}$
☐	$\{\epsilon\}. \{a, aab, b, bab\}$
☐	$\{a, b, aab, bab\}. \{\}$
☐	$\{a, aa\}\{\epsilon, b, bb\}$

7) Tout AEF doit avoir au moins un état final :

☐	Vrai
☐	Faux

8) Un automate A complet peut avoir plusieurs états puits :

☐	Vrai
☐	Faux

9) La grammaire

$G = (\{a, b\}, \{S, S_1, S_2, T\}, S, P)$ avec
 $P' = \{S \rightarrow aS_1 | bT ; S_1 \rightarrow aS_2 ; S_2 \rightarrow bS ; T \rightarrow aS | bb\}$
est régulière à droite normalisée :

☐	Vrai
☐	Faux

10) Le lemme d'Arden sert à résoudre les équations de langages de la forme $L = BL + A$:

☐	Vrai
☐	Faux

11) Pour les AEFs :

☐	tout langage engendré par une grammaire algébrique peut être reconnu par un AEF
☐	tout langage reconnu par un AEF peut être engendré par une grammaire algébrique
☐	les langages reconnus par les AEFs sont ceux engendrés par les grammaires régulières
☐	aucune des réponses proposées n'est correcte

12) Deux grammaires sont équivalentes si et seulement si elles :

☐	ont les mêmes axiomes, non-terminaux, terminaux et règles
☐	engendrent le même langage
☐	ont les mêmes non-terminaux
☐	ont les mêmes terminaux

13) La grammaire

$G = (\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aaSb | ab | bb\})$ est de :

☐	Type 3 (régulière à droite)
☐	Type 3 (régulière à gauche)
☐	Type 2
☐	Type 1
☐	Type 0

14) La grammaire :

$G = (\{a, b, c\}, \{S, A, R, T\}, S, P)$ avec :
 $P = \{S \rightarrow aRbc | abc | \epsilon ; R \rightarrow aRTb | aTb ;$
 $Tb \rightarrow bT ; Tc \rightarrow cc | \epsilon\}$ est de :

☐	Type 3 (régulière à droite)
☐	Type 3 (régulière à gauche)
☐	Type 2
☐	Type 1
☐	Type 0

15) L'expression régulière qui dénote le langage $L = \{\text{Tous les mots sur } \{0, 1\} \text{ dans lesquels chaque paire de } 0 \text{ est suivie d'un } 1 \text{ et contiennent le préfixe } 1010\}$ est :

☐	$1010(0+1)^*100(0+1)^*$
☐	$1010(0+1)^*001(0+1)^*$
☐	$(0+1)^*01(0+1)^*1010$
☐	$(0+1)^*1010001(0+1)^*$

16) Lequel des mots suivants appartient au langage dénoté par l'ER $(ab + ba)^*$ sur l'alphabet $V = \{a, b\}$:

☐	abaabb
☐	abbaab
☐	aaabbb
☐	abbbba