

Questions de cours : (13 points)

a ► Les particules identiques sont **indiscernables**.

Voir Polycopié de Cours : paragraphe **1) Principe d'exclusion**. (1 point)

b ► Deux fermions ne peuvent pas occuper un même état quantique ?

Voir Polycopié de Cours : paragraphe **1) Importance du Principe de Pauli en MS** (1 point)

c ► **Poids thermodynamique** :

1) Particules discernables. (1 point) : $W_{MB}(n_1, n_2, \dots, n_m, \dots) = N! \prod_{m=1}^{\infty} \frac{g_m^{n_m}}{n_m!}$, avec $\sum_{m=1}^{\infty} n_m = N$

2) Les particules sont des bosons. (1 point)

$$W_{BE}(n_1, n_2, \dots, n_m, \dots) = \prod_{m=1}^{\infty} \frac{(n_m + g_m - 1)!}{n_m! (g_m - 1)!}, \quad \text{avec} \quad \sum_{m=1}^{\infty} n_m = N$$

3) Les particules sont des fermions. (1 point)

$$W_{FD}(n_1, n_2, \dots, n_m, \dots) = \prod_{m=1}^{\infty} \frac{g_m!}{n_m! (g_m - n_m)!}, \quad \text{avec} \quad \sum_{m=1}^{\infty} n_m = N$$

d ► **Probabilité de trouver le système** dans l'un de ses états dans le cas de : 1) l'ensemble microcanonique ? 2) l'ensemble canonique ? 3) l'ensemble grand-canonique ?

1) (1 point) : $\mathcal{P}(1 \text{ micro-état}) = \frac{1}{\Omega}$ (هو عدد حالات النظام)

2) (1 point) : $P_m = \frac{g_m e^{-\beta E_m}}{Z}$

3) (1 point) : $P_{mN} = \frac{e^{-\beta E_m N - \alpha N}}{\mathcal{E}}$

e ► **Expressions** de la fonction de partition **canonique** et de l'énergie moyenne $\langle E \rangle$?

$$(1 \text{ point}) : Z = \sum_m e^{-\beta E_m}$$

$$(1 \text{ point}) : \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \beta} (-\ln Z) = \frac{\sum_m E_m e^{-\beta E_m}}{\sum_m e^{-\beta E_m}} = \sum_m P_m E_m = \langle E \rangle \equiv U$$

f ► **Expressions** de la grande fonction de partition, de $\langle E \rangle$ et de $\langle N \rangle$ dans l'ensemble **grand-canonique** ?

$$(1 \text{ point}) : \mathcal{E} = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_m e^{-\beta E_m N - \alpha N}$$

$$(1 \text{ point}) : \langle E \rangle = \sum_N \sum_m P_{mN} E_{mN} = \frac{\sum_N \sum_m E_{mN} e^{-\beta E_{mN} - \alpha N}}{\sum_N \sum_m e^{-\beta E_{mN} - \alpha N}} = - \left[\frac{\partial \ln \mathcal{E}}{\partial \beta} \right]_{V, \alpha}$$

$$(1 \text{ point}) : \langle N \rangle = \sum_N \sum_m P_{mN} N = \frac{\sum_N \sum_m N e^{-\beta E_{mN} - \alpha N}}{\sum_N \sum_m e^{-\beta E_{mN} - \alpha N}} = - \left[\frac{\partial \ln \mathcal{E}}{\partial \alpha} \right]_{V, \beta}$$

Exercice : (07 points)

Voir Polycopié « SOLUTIONS TD Thermo&PhysStat.pdf » page 5, Exercice 6 »

1. **Trouver** le nombre d'états accessibles dont l'énergie est égale à E . (1 point)

2. **Déduire** l'expression de l'énergie en fonction de la température. (3 points)

3. **Trouver** l'énergie interne à l'aide de la distribution canonique. (3 points)