كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة و الحياة

قسم البيولوجيا

السنة الأولى جذع مشترك بيولوجيا — مادة: الرياضيات-الإحصاء

العام الجامعي: 2023-2024 — مسؤول المادة: سليم روّار

امتحـان الدورة العادية

تمرين أوّل: (07 نقاط) (2,5) pts

- حدّد مجموعة تعريف الدّالة التالية:

Find the domain of definition for the following function :

$$f(x) = \frac{\sqrt{Ln(x^2-4)}}{x+1}$$

(0,5) $D_f = \{x \in \mathbb{R};\ x \neq -1 \wedge x^2-4>0 \wedge \ln(x^2-4) \geq 0\}$

(0,5) $\cdot\ x \neq -1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}-\{-1\} =]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

(0,5) $\cdot\ x^2-4>0 \Rightarrow (x-2)(x+2)>0 \Rightarrow x \in]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[$

(0,5) $\cdot\ \ln(x^2-4) \geq 0 \Rightarrow e^{\ln(x^2-4)} \geq e^0 \Rightarrow x^2-4 \geq 1 \Rightarrow x^2-5 \geq 0$

$\Rightarrow (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) \geq 0 \Rightarrow x \in]-\infty,-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5},+\infty[$

(0,5) $\cdot\ D_f = (]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[) \cap (]-\infty,-2[\cup]2,+\infty[) \cap (]-\infty,-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5},+\infty[)$

$D_f =]-\infty,-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5},+\infty[$

(1,5 pts)

- أحسب النهاية التالية: **Calculate the following limit:**

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{Ln(2x^2+1)}$$

(0,5) حالة عدم التعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{\ln(2x^2+1)} = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\frac{\ln(2x^2+1)}{2x^2} \cdot 2} = \lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{\frac{\ln(2x^2+1)}{2x^2}} \times \frac{x}{2}\right]$$

$= 0$ (1)

نبين أن: (نهاية مشهورة) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(2x^2+1)}{2x^2} = 1$

$\lim_{x\to 0} \frac{x}{2} = 0$

(3pts)

- أحسب التكامل التالي: Calculate the following integral:

$$\int_0^1 x^2 e^x \, dx = I$$

قاعدة التكامل بالتجزئ (0,1)

$$\int_a^b f'g = fg\Big|_a^b - \int_a^b g'f$$

$f = x^2 \Rightarrow f' = 2x$ (0,1)

$g' = e^x \Rightarrow g(x) = e^x$

$$I = x^2 e^x\Big|_0^1 - 2\int_0^1 xe^x dx$$ (0,1)

حساب التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ بالتجزئة

$f = x \Rightarrow f' = 1$ (0,1)

$g' = e^x \Rightarrow g = e^x$

$$\int_0^1 xe^x dx = xe^x\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$$ (0,1)

$$= 1.e - e^x\Big|_0^1 = e - (e-1) = 1.$$

$$I = x^2 e^x\Big|_0^1 - 2\int_0^1 xe^x dx = e - 2(1) = \boxed{e-2}$$ (0,1)

تمرين ثان: (05 نقاط)

(3pts)

- أحسب المشتقات الجزئية الأولى والثانية للدالة الآتية:

Calculate the partial derivatives $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ and $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ of the following function:

$$f(x,y) = \cos(xy)\, e^x$$

(0,5)

(0,1) $\frac{\partial f}{\partial x} = (\cos xy)'_x e^x + \cos(xy)(e^x)'_x = -y \sin xy\, e^x + \cos(xy) \cdot e^x$

(0,1) $\frac{\partial f}{\partial y} = -x \sin(xy)\, e^x$

(0,1) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -x^2 \cos(xy)\, e^x$

- أدرس طبيعة السلسلة العددية التالية:

Study the nature of the following numerical serie : (2pts)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{e^{(n-1)}}$$

$U_n = \frac{1}{e^{(n-1)}} \Rightarrow U_{n+1} = \frac{1}{e^n}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1/e^n}{1/e^{n-1}} = \lim_{n\to+\infty} \frac{e^{n-1}}{e^n} = \frac{1}{e} < 1$ (1)

باستخدام معيار دالمبير

بما أن $\lim \frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ حسب معيار دالمبير فإن طبيعة السلسلة العددية متقاربة. (1)

تمرين ثالث: (08 نقاط)

قمنا بقياس نسبة السكر في الدم لمجموعة عشوائية من مرضى متطوعين بعد تناول دواء محل تجريب، فتحصّلنا على النتائج التالية:

نسبة السكر	[0.6-0.7[	[0.7-0.8[	[0.8-.9[	[0.9-1[	[1-1.1[	[1.1-1.2[
التكرار	4	24	33	20	10	05

- أحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

Calculate the mean, the Median, and the Mode.

- أحسب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف، ثمّ علّق على تجانس هذه العيّنة ودقة المتوسط الحسابي في الوصف.

Calculate the standard deviation and the coefficient of variation, then comment on the homogeneity of this sample and on the accuracy of the mean.

$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum n_i \cdot c_i = \frac{1}{96}\left[(4\times 0,65)+(24\times 0,75)+(33\times 0,85)+(20\times 0,95)\right.$
$\left.+(10\times 1,05)+(5\times 1,15)\right] = 0,87$ (0,5)

(0,5)

حساب الوسيط Médian. (0,5)

1- الفئة الوسطية: $\frac{N}{2} = \frac{96}{2} = 48 \in [x_i, x_{i+1}[= [0,8 - 0,9[$

وهنا بالاعتماد على التكرارات المتجمعة الصاعدة الآتية:

(1)

96	91	81	61	28	4	$E_i^{\uparrow}$

ب. حساب الوسيط: $Me = x_i + \frac{\frac{N}{2} - E_{i-1}^{\uparrow}}{E_i^{\uparrow} - E_{i-1}^{\uparrow}} C_i = 0,8 + \frac{48 - 28}{61 - 28} \times 0,1$ (0,5)

$Me = 0,861$ (0,5)

حساب المنوال: 1- الفئة المنوالية (أكبر تكرار)

$[x_i, x_{i+1}[= [0,8 - 0,9[$ (0,5)

ب- حساب المنوال $Mo = x_i + \frac{\Delta 1}{\Delta_1 + \Delta_2} C_i = 0,8 + \frac{(33-24)}{(33-24)+(33-20)} \times 0,1$ (0,5)

$Mo = 0,841$ (0,5)

حساب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف والتعليق

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{N}\sum n_i c_i^2\right) - \bar{x}^2} = \sqrt{0,021} = 0,145$ (0,5) (0,5)

معامل الاختلاف: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{0,145}{0,87} \times 100\%$ (0,5)

$CV = 16,67\%$ (0,5)

لدينا: $CV = 16,67\% < 20\%$ وعليه العينة متجانسة (0,5)

وبالتالي المتوسط الحسابي دقيق في الوصف (0,5)

بالتوفيق والنجاح