Université Larbi Ben M'hidi Om El-Bouaghi

Département MI — Examen de Rattrapage (Géométrie) L2 Mathématiques appliquées

2022/2023

Nom et prénom : .... Groupe ....

Dans les deux exercices $\mathcal{E}$ désigne un espace affine muni d'un repère $\mathcal{R} = (O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

Exercice 01 : Citer :

1) la définition d'une droite.

Une droite est un sous espace affine de $\mathcal{E}$ de dimension 1.

2) la définition d'un plan.

Un plan est un sous espace affine de $\mathcal{E}$ de dimension 2.

3) les positions relatives possibles pour deux droites d_1 et d_2 de même plan.

$(d_1) \cap (d_2) = (d_1) = (d_2)$, $(d_1) \cap (d_2) = \phi$

$(d_1) \cap (d_2) =$ un singleton.

4) les positions relatives possibles pour deux plans P_1 et P_2.

$(P_1) \cap (P_2) = (P_1) = (P_2)$, $(P_1) \cap (P_2) = \phi$, $(P_1) \cap (P_2) =$ une droite

5) les positions relatives possibles pour deux droites d_1 et d_2 de $\mathcal{E}$.

(d_1) et (d_2) sont de m̂ plan donc voir question 3).

(d_1) et (d_2) ne sont pas de m̂ plan donc $(d_1) \cap (d_2) \neq \phi$.

6) les positions relatives possibles pour une droite d_1 et un plan P_1.

$(d_1) \cap (P_1) = d_1$ (i.e $(d_1) \subset (P_1)$), $(d_1) \cap (P_1) = \phi$

$(d_1) \cap (P_1) =$ singleton.

Exercice 02 : Soient $A(1,0,1)$, $B(2,-1,0)$ et $C(0,-1,2)$ trois points de $\mathcal{E}$.

Soit $(d_a)_{a\in\mathbb{R}}$ la famille de droites de paramétrage $\begin{cases} x = -t + 2a, \\ y = at - 1 \\ z = t - a + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

1) Ecrire une équation du plan (ABC).

$\vec{AB}\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{n}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} \alpha - \beta - \gamma = 0 \\ -\alpha - \beta + \gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \gamma \\ \beta = 0 \end{cases}$

$\vec{n} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

~~$M \in (AB)$~~ $M \in (ABC) \Rightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{x + z - 2 = 0}$

2) Déterminer l'intersection de (ABC) et la droite d_{-2}.

$d_{-2} : \begin{cases} x = -t - 4 \\ y = -2t - 1 \\ z = t - 1 \end{cases}$

$(-t-4) + (t-1) - 2 = 0 \Rightarrow -7 = 0$

$(d_{-2}) \cap (P_1) = \phi$.

3)α) Déterminer la valeur du réel $\tilde{a}$ qui rend $(d_{\tilde{a}}) \subset (ABC)$?

$(d_a) \subset (ABC) \Rightarrow (-t + 2a) + (t - a + 1) - 2 = 0$

$\Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$\boxed{\tilde{a} = 1}$

β) Montrer que $d_{\tilde{a}} = (AB)$.

$(d_{\tilde{a}}) = (d_1) : \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = t - 1 \\ z = t \end{cases}$

$A \in (d_{\tilde{a}})$ et $B \in (d_{\tilde{a}}) \Rightarrow (AB) = (d_{\tilde{a}})$.

4) Discuter suivant les valeurs de a la position relative de d_a est (ABC).

$a = 1 \Rightarrow (d_a) \cap (ABC) = (d_a)$

$a \neq 1 \Rightarrow (d_a) \cap (ABC) = \phi$

car : $\begin{cases} x = -t + 2a \\ y = at - 1 \\ z = t - a + 1 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a - 1 = 0}$

Bon courage