

corrigé type : Méthodes Numériques
et programmation

2^e année Physique

I/ soit l'éq. $e^x - (x+5) = 0$

1. $f(1) = -3.2817 < 0$

0.5

$f(2) = 0.389056 > 0$

0.5

$f(1) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow \exists r \in]1, 2[/ f(r) = 0$

0.5

Donc $f(x) = 0$ admet une racine $r \in]1, 2[$

2. L'algorithme de la bisection :

On calcule le pt milieu de $]1, 2[$

$c = \frac{1+2}{2} = 1.5$

donc $x_1 = 1.5$

0.5

$f(x_1) = f(1.5) = -2.01831 < 0$

$\Rightarrow r \in]1.5, 2[$

$\hookrightarrow]1, 2[$ le pt milieu $c = \frac{1.5+2}{2} = 1.75$

donc $x_2 = 1.75$

0.5

3. le nombre d'itérations nécessaires pour
avoir la précision $\varepsilon = 10^{-5}$

$n = \text{Int} \left[\ln \left(\frac{b-a}{\varepsilon} \right) / \ln(2) \right] + 1$

1

$= 16$

0.5

II/ Soit d'intégrale :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

L'algorithme des trapèzes :

$$T_h = \frac{h}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) \right] \quad (2)$$

Dans notre exercice :

$$f(x) = 1/(1+x^2)$$

$$a = 0$$

$$b = 1$$

$$h = 0.1$$

$$n = 10$$

(1)

On trouve : $T_h = 0.784981$ (1)

- Calcul de l'erreur commise :

La solution exacte :

$$I_{ex} = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg(x) \Big|_0^1 = \pi/4$$

$$= 0.785398 \quad (1)$$

L'erreur commise :

$$D = |I_{ex} - T_h| = 4.1 \cdot 10^{-4} \quad (1)$$

II/ Soit l'éq diff.

$$\begin{cases} y' = -y + x + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \forall x \in [0, 1]$$

1) L'algorithme de RK2

$$\begin{cases} y_{i+1}^* = y_i + h f(x_i, y_i) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^*)] \end{cases}$$

Donc notre exercice :

$$f(x, y) = -y + x + 1$$

$$x = 0 ; y_0 = 1 ; h = 0.1$$

2) $y_0 = 1$

$$y_1 = 1.005 \quad 0.5$$

$$y_2 = 1.019025 \quad 0.5$$

$$y_3 = 1.041217 \quad 0.5$$

$$\text{Donc } y(0.3) \approx y_3 = 1.041217 \quad \underline{0.5}$$

3) La valeur exacte de $y(0.3)$:

$$y_{\text{ex}} = y(0.3) = e^{-0.3} + 0.3 = 1.0408182 \quad (1)$$

L'erreur commise :

$$\Delta = |y_{\text{ex}} - y_3| = 3.988 \cdot 10^{-4} \quad (1)$$

```
! Ce programme calcule le zéro r de l'équation f(x)=0
! r appartient à l'intervalle [a,b] en utilisant la méthode
! de dichotomie (bissection).
!
program dichotomie
real :: a,b,c,ep
integer :: n,i
print*, ' Donner les valeurs de a b epsilon= précision souhaitée'
read*, a,b,ep
print*, f(a),f(b)
n=ifix(alog((b-a)/ep)/alog(2.))
print*, n
open(3,file='resdicho.txt')
do i=1,n
c=(a+b)/2
write(*,*) a,b,c,f(a),f(b),f(c)
if(f(a)*f(c)<ep) then
b=c
else
a=c
endif
enddo

print*, ' La valeur approchée de r est : ', c
contains

real function f(t)
real :: t
f=exp(t)-(t+5)
end function
end program dichotomie
```