**Université L’arbi Ben Mhidi OEB**

**Année universitaire 2022/2023**

**Examen : Fonctions à variables complexes**

 **2ère Année Physique**

1. Ecrire en fonction de z les fonctions suivantes puis vérifier l’holomorphie de chacune d’elles :

 $f\left(x,y\right)=x-i\left(y+x^{2}+y^{2}\right) $, $f\left(x,y\right)=x^{2}-y^{2}+2ixy$

1. Résoudre dans ℂ $: e^{2z+4}=3\sqrt{3}+3i$.
2. Développer en série de Laurent la fonction $f\left(z\right)=\frac{2}{5\left(z-1\right)}+\frac{3}{5\left(z+4\right)}$ sachant que $ :1<\left|z\right|<4$

**Indication :** $\frac{1}{1+z}=\sum\_{n=0}^{\infty }\left(-1\right)^{n}z^{n}$ **,** $\frac{1}{1-z}=\sum\_{n=0}^{\infty }z^{n}$

1. Calculer par deux méthode : la formule intégrale de Cauchy et le théorème des résidus :
* $ ∮\_{}^{}\frac{z^{4}+z^{2}}{\left(z-1\right)^{2}}dz$ $ γ: $est un cercle d’équation $\left|z-1\right|=1$

* $∮\_{}^{}\frac{e^{z}}{3z+1}dz$ $ γ: $est un cercle d’équation $\left|z\right|=2$
* $c. ∮\_{}^{}\frac{z+1}{z^{2}}dz $ $ γ :$ est un cercle de centre $\left(0,0\right)$ et de rayon