جامعة محمد العربي بن مهيدي-أم البواقي السنة الدراسية : 2026/2025

**كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية
و علوم التسيير**

تصحيح اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات لقسم السنة أولى اتصال تسويقي و ادارة العلاقة مع الزبائن

التمرين الأول (7 نقاط)

لتكن (u_n) **متتالية حسابية حيث :** $u_3 = 3, \quad u_6 = 9$

1) إيجاد الأساس r و الحد الأول u_0

(u_n) **متتالية حسابية و منه:**
$u_6 = u_3 + 3r$ **يعني** $3 + 3r = 9$ **أي** $r = 2$. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$
و لدينا $u_3 = u_0 + 3r$ **يعني** $u_0 + 6 = 3$ **أي** $u_0 = -3$. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$

$$\boxed{r = 2,\ u_0 = -3}$$

2) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n

$u_n = u_0 + nr$ **و منه** $u_n = -3 + 2n$. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$

3) هل العدد 37 حد من حدود المتتالية (u_n)؟

37 **حد من حدود المتتالية** (u_n) **معناه يوجد عدد طبيعي** k **بحيث** $u_k = 37$ **أي** $-3 + 2k = 37$ **و منه** $k = 20$ **اذا العدد** 37 **حد من حدود المتتالية** (u_n)؛ $\cdots\cdots (1)$
وهو الحد الحادي و العشرون . $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$

4) حساب المجموع S حيث : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$

$$(1)\cdots\cdots S = \frac{20-0+1}{2}(u_0 + u_{20}) = \frac{21}{2}(-3 + (-3 + 40)) = \frac{21}{2}34 = 357$$

5) حساب المجموع S_n

حيث $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

$$(1)\cdots\cdots S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{n-0+1}{2}(u_0 + u_n = \frac{n+1}{2}\,(-3-3+2n)\ = (n+1)(-3+n)$$

التمرين الثاني (6 نقاط)

1− حساب : $u_3,\ u_2,\ u_1$: $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.5)$

$$u_1=\frac{u_0}{u_0+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}\quad ;u_2=\frac{u_1}{u_1+1}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}\quad ;u_3=\frac{u_2}{u_2+1}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+1}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{1}{4}$$

يبدو أن :

$$(1)\cdots\cdots\cdots\cdots u_n=\frac{1}{n+1}$$

2− برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=\frac{1}{n+1}$. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.5)$

$u_0=\frac{1}{0+1}=1$ ومنــه الخاصية صحيحة من أجل $n=0$.

نفرض أن :

$$u_n=\frac{1}{n+1}$$

ونبرهن أن :

$$u_{n+1}=\frac{1}{n+1+1}=\frac{1}{n+2}$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1}=\frac{u_n}{u_n+1}$$

ومنــه :

$$u_{n+1}=\frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n+1}+1}=\frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{n+2}{n+1}}=\frac{1}{n+2}$$

ومنــه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن :

$$u_n=\frac{1}{n+1}$$

3− دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) وحساب نهايتها.

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $n+2>n+1$؛ معناه : $\frac{1}{n+2}<\frac{1}{n+1}$

أي :

$$u_{n+1}<u_n$$

وبالتالي المتتالية (u_n) متناقصة. $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$

كما أن :

$$(1)\cdots\cdots\cdots\cdots \lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n+1}=0$$

التمرين الثالث (7نقاط)

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث:

$$v_1=20 \qquad \text{و} \qquad v_3=320$$

1) إيجاد أساس المتتالية (v_n)وحدها الأول

بما أن (v_n) متتالية هندسية فإن:

$$v_n = v_0 q^n \text{ و } v_n = v_p q^{n-p}$$

و منه : $u_3 = u_1 q^2 = 320$؛ **أي:** $320 = 20q^2$ **ومنه:** $q^2 = \frac{320}{20} = 16$
وبما أن حدود المتتالية (v_n) موجبة فإن:

$$(1.5)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\, q = 4$$

و لدينا:

$$(1)\cdots\cdots\cdots\cdots V_1 = V_0 q \implies 20 = 4V_0 \implies V_0 = \frac{20}{4} = 5$$

إذا:

$$\boxed{q = 4 \qquad \text{و} \qquad V_0 = 5}$$

2) كتابة عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) بدلالة n ثم حساب الحد السابع

لدينا: $V_n = V_0 \cdot q^n$ **إذا:** $V_n = 5 \cdot 4^n$ $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\,(1)$
وعليه الحد السابع هو الحد الذي دليله $n = 6$:

$$(1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\, V_6 = 5 \cdot 4^6 = 5 \cdot 4096 = 20480$$

$$\boxed{v_6 = 20480}$$

3) حساب المجموع S

حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$
بما أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 4 \neq 1$، **فإن:**

$$(1.5)\cdots\cdots\cdots\cdots S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 5 \frac{1 - 4^{n+1}}{1 - 4}$$

أي:

$$\boxed{S_n = \frac{5(4^{n+1} - 1)}{3}}$$

4) استنتاج قيمة المجموع S'

لدينا:

$$S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_6$$

إذن:

$$S' = S_6$$

وبالتالي:

$$(1)\cdots\cdots\cdots\cdots S_6 = \frac{5(4^7 - 1)}{3} = \frac{5(16384 - 1)}{3} = 27305$$

$$\boxed{S' = 27305}$$