



يوم: 2026/05/09

امتحان الدورة العادية في مقياس تحليل البيانات

(01 نقطة على نظام ونظافة الورقة)

التمرين الأول: (10 نقاط)

لتكن لديك 3 متغيرات X, Y, Z ، حيث تعطى التباينات والتباينات المشتركة بين هذه المتغيرات كما يلي:

$$V(X) = 4, \quad V(Y) = 2, \quad V(Z) = 4, \quad COV(X, Y) = 1, \quad COV(X, Z) = 0, \quad COV(Y, Z) = 1$$

$$\lambda = 4.73 \quad \lambda = 1.27 \quad \lambda = 4$$

المطلوب: انطلاقاً من المعطيات المقدمة:

1. شكل مصفوفة التباينات والتباينات المشتركة، وما هو نوعها؟
2. شكل مصفوفة القيم الذاتية؛
3. شكل جدول القيم الذاتية، أحسب نسب التباين المفسر لكل محور؟
4. هل يمكن الاكتفاء بالمركبة الرئيسية الأولى فقط؟ علل إجابتك؛
5. بالاعتماد على مخطط *Scree plot*، ما هو عدد المركبات الرئيسية.

التمرين الثاني: (09 نقاط)

يهدف تحليل العلاقة بين الاستثمار الأجنبي المباشر (مليون دولار)، عرض النقود (مليار دولار) ومعدل التضخم (%)، سنعتمد على التحليل بالمركبات الرئيسية ACP، باستخدام المصفوفة التالية:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 \end{pmatrix}$$

المطلوب:

- 1- ماذا تمثل المصفوفة المعطاة؟ ولماذا تم الاعتماد عليها في التحليل بالمركبات الرئيسية؟
- 2- ما اسم الطريقة المعتمدة، وما هي الخطوات المتبعة فيها؟
- 3- أحسب القيم الذاتية ومصفوفة القيم الذاتية؛
- 4- أوجد المتجهات الذاتية ومصفوفة المتجهات الذاتية الموحدة.

ملاحظة: اعتماد 3 أرقام بعد الفاصلة

بالتوفيق للجميع



الإجابة النموذجية لامتحان مقياس تحليل البيانات

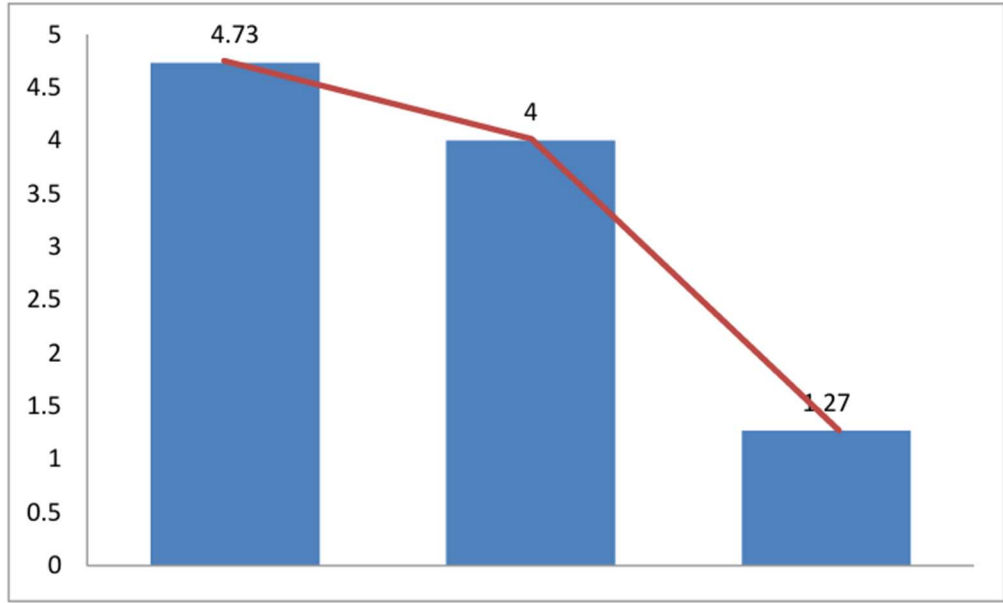
(01 نقطة على نظام ونظافة الورقة)

إجابة التمرين الأول: (10 نقاط)

لتكن لديك التطبيقات التالية:

العلامة	الجواب																				
01,5	<p>1. شكل مصفوفة التباينات والتباينات المشتركة:</p> $V = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ <p>- نوعها هو مصفوفة متناظرة.</p>																				
01	<p>2. شكل مصفوفة القيم الذاتية:</p> $\lambda = \begin{pmatrix} 4.73 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1.27 \end{pmatrix}$																				
02	<p>3. شكل جدول القيم الذاتية، أحسب نسب التباين المفسر لكل محور؟</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>F_1</th><th>F_2</th><th>F_3</th><th>المجموع</th></tr></thead><tbody><tr><td>القيم الذاتية</td><td>4.73</td><td>4</td><td>1.27</td><td>10</td></tr><tr><td>النسب</td><td>$\frac{4.73}{10} = 0.473$</td><td>$\frac{4}{10} = 0.4$</td><td>$\frac{1.27}{10} = 0.127$</td><td>1</td></tr><tr><td>النسب التراكمية</td><td>0.473</td><td>0.873</td><td>1</td><td>-</td></tr></tbody></table>		F_1	F_2	F_3	المجموع	القيم الذاتية	4.73	4	1.27	10	النسب	$\frac{4.73}{10} = 0.473$	$\frac{4}{10} = 0.4$	$\frac{1.27}{10} = 0.127$	1	النسب التراكمية	0.473	0.873	1	-
	F_1	F_2	F_3	المجموع																	
القيم الذاتية	4.73	4	1.27	10																	
النسب	$\frac{4.73}{10} = 0.473$	$\frac{4}{10} = 0.4$	$\frac{1.27}{10} = 0.127$	1																	
النسب التراكمية	0.473	0.873	1	-																	
01,5	<p>- نسبة التباين الذي يفسره كل محور:</p> <ul style="list-style-type: none">• المحور الأول 1 : 47.3%• المحور الثاني 2 : 40%• المحور الثالث 3 : 12.7%																				
01,5	<p>4. هل يمكن الاكتفاء بمركبة رئيسية واحد فقط؟ علل إجابتك:</p> <p>لا يمكن الاكتفاء بمركبة رئيسية واحدة فقط، لأن المحور الأول يفسر 47,3% فقط من تباين البيانات الأصلية، وهي أقل من 75%. ومنه حسب جدول تفسير التباين المتراكم نكتفي بالمركبة الرئيسية الأولى والثانية حيث تفسران معا 87,3% من تباين البيانات الأصلية.</p>																				

5. رسم مخطط *Scree plot* وتحديد عدد المركبات الرئيسية:



01,5

01

من خلال مخطط *Scree plot* عدد المركبات الرئيسية المحتفظ بها هي مركبتين (02) لأن نقط الانعطاف في المحور الثاني وبالتالي نكتفي بالمركبتين الرئيسيتين الأولى والثانية.

10

المجموع

إجابة التمرين الثاني: (09 نقاط)

العلامة

الجواب

01

1- ماذا تمثل المصفوفة المعطاة؟ ولماذا تم الاعتماد عليها في التحليل بالمركبات الرئيسية؟
تمثل مصفوفة الارتباط، وتم الاعتماد عليها في التحليل بالمركبات الرئيسية لأن البيانات غير متجانسة بسبب اختلاف وحدات القياس.

01

2- ما اسم الطريقة المعتمدة، وما هي الخطوات المتبعة فيها؟
هي الطريقة المرجحة أو المعيارية (*ACP normée*)، تتمثل الخطوات المتبعة في التوحيد المعياري في: حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل متغير، ثم حساب المصفوفة الممركزة، ثم المصفوفة المعيارية وفي الأخير حساب معاملات الارتباط بين المتغيرات وتشكيل مصفوفة الارتباط.

3- أحسب القيم الذاتية ومصفوفة القيم الذاتية:

$$\det(V - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 - \lambda & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = (1 - \lambda) \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 0.4 \\ 0.4 & 1 - \lambda \end{vmatrix} - 0.9 \begin{vmatrix} 0.9 & 0 \\ 0.4 & 1 - \lambda \end{vmatrix}$$

$$= (1 - \lambda)[(1 - \lambda)^2 - 0.4^2] - 0.9[0.9(1 - \lambda)] = (1 - \lambda)[(1 - \lambda)^2 - 0.4^2 - 0.9^2]$$

$$= (1 - \lambda)(\lambda^2 - 2\lambda + 0.03) = 0$$

03

$$1 - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = 1$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 0.03 = 0 \rightarrow \Delta = 3.88 \begin{cases} \lambda = 0.02 \\ \lambda = 1.98 \end{cases}$$

4- أوجد المتجهات الذاتية ومصفوفة المتجهات الذاتية الموحدة.

$$(R - \lambda_i I)u_i = 0$$

$$(R - \lambda_1 I)u_1 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 - 1.98 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 - 1.98 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 - 1.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -0.98 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & -0.98 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & -0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -0.98x + 0.9y = 0 \\ 0.9x - 0.98y + 0.4z = 0 \\ 0.4y - 0.98z = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{0.9}{0.98}y = 0.92y \\ z = \frac{0.4}{0.98}y = 0.41y \end{cases} \rightarrow u_1 = \begin{pmatrix} 0.92 \\ 1 \\ 0.41 \end{pmatrix}$$

$$(R - \lambda_2 I)u_2 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 - 1 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 - 1 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 0 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 0.9y = 0 \\ 0.9x + 0.4z = 0 \\ 0.4y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-0.4}{0.9}z = -0.44z \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow u_2 = \begin{pmatrix} -0.44 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(R - \lambda_3 I)u_3 = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 - 0.02 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 1 - 0.02 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 - 0.02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.98 & 0.9 & 0 \\ 0.9 & 0.98 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 0.98x + 0.9y = 0 \\ 0.9x + 0.98y + 0.4z = 0 \\ 0.4y + 0.98z = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{-0.9}{0.98}y = -0.92y \\ z = \frac{-0.4}{0.98}y = -0.41y \end{cases} \rightarrow u_3 = \begin{pmatrix} -0.92 \\ 1 \\ -0.41 \end{pmatrix}$$

حساب طولية الشعاع والشعاع الذاتي الموحد:

04

09

المجموع