جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير
يوم: 2026/05/14

السنة الجامعية: 2026–2025
المستوى: الأولى ماستر
التخصص: إدارة مالية + إدارة اعمال
المادة: الأساليب الكمية في الادارة

امتحان الدورة العادية في لمقياس الأساليب الكمية في الإدارة

التمرين الأول :06 نقاط

لتكن المصفوفة الآتية للعبة ذات استراتيجيات مختلطة، تُحل باستعمال الطريقة الجبرية **أو** الحسابية: **المطلوب: أوجد**

1- احتمالات الاستراتيجيات لكلٍّ من اللاعبين؟ **2- نتيجة اللعبة ؟** **3- اللاعب الفائز؟** **4- علق على النتائج ؟**

		اللاعب Y	
		Y_1	Y_2
اللاعب X	X_1	8	3
	X_2	5	8

التمرين الثاني: 06 نقاط

يبيع تاجر طماطم طازجة بسعر 60 وحدة نقدية للكيلوغرام، بعدما إشتراها بسعر 30 وحدة نقدية للكيلوغرام. وفي نهاية اليوم، إذا لم تُبع الكمية كاملة، فإن الكمية غير المباعة يمكن التصرف فيها وفق الحالتين الآتيتين:

- **الحالة الأولى**: يتم التصدق بالكمية المتبقية على الفقراء، وبالتالي تكون قيمتها المتبقية تساوي صفرًا (0).
- **الحالة الثانية**: يتم **إرجاع** الكمية المتبقية في اليوم الموالي بسعر يعادل **(50 %)** من سعر الشراء، أي بـ **(15)** وحدة نقدية للكيلوغرام، وذلك نتيجة **انخفاض جودتها**، وتتغير حالة الطلب اليومي (بالكيلوغرام) حسب الجدول التالي:

الطلب (كغ)	100	90	80	70
احتمال الطلب	0.2	0.3	0.3	0.2

المطلوب:

1. بناء مصفوفة **الأرباح الشرطية** مع الأخذ بعين الاعتبار أنه **لا يوجد إرجاع للكمية المتبقية** أي في المساء يتصدق بها؟
2. بناء مصفوفة **الأرباح الشرطية** مع الأخذ بعين الاعتبار **الإرجاع بنصف السعر** (سعر الإرجاع (15) وحدة نقدية)؟
3. حساب **القيمة المتوقعة لكل استراتيجية** في الحالتين (دون إرجاع ومع الإرجاع) ؟ وتحديد **الكمية المثلى** لكل حالة؟
4. حساب **قيمة المعلومة الكاملة في الحالتين** (دون إرجاع ومع الإرجاع) مع تقديم **تعليق اقتصادي** على النتيجتين؟

التمرين الثالث: 08 نقاط

تمتلك شركة الشحن السريع مركز اتصال لخدمة الزبائن يعمل به موظف واحد، يستقبل المركز مكالمات بمعدل 27 مكالمة في الساعة **(λ=27)**، يستطيع الموظف التعامل مع **30** مكالمة في الساعة **(μ=30)**، و تُقدَّر تكلفة بقاء الزبون في صف الانتظار بـ **400 دج للساعة**، في حين تُقدَّر تكلفة تشغيل الموظف الواحد في مركز الخدمة بـ **800 دج للساعة**، مع مدة تشغيل يومية قدرها **8 ساعات.**

والمطلوب: حدد ما يلي:

1- **نسبة استغلال الموظف** (نسبة الاستخدام)؟
2 - **نسبة الوقت الضائع** (الوقت غير المستغل للموظف)؟
3- **متوسط عدد العملاء** المتوقع في النظام؟
4- **متوسط عدد العملاء** المتوقع في صف الانتظار؟
5- **متوسط وقت الانتظار** للعملاء المتوقع في النظام؟
6- **متوسط وقت الانتظار** للعملاء المتوقع في صف الانتظار؟
7- **حساب التكلفة الإجمالية اليومية** (الكلية) ؟
8- تقييم **الجدوى الاقتصادية** **(من حيث التكاليف)** لتوظيف موظف إضافي **(أي الانتقال إلى نظام (M/M/2))**، مع الحفاظ على نفس المعطيات السابقة اعلاه (**(μ=30)** و **(λ=27)**) ؟

قيم P ↓	ملحق الجداول الخاص بصفوف الانتظار لقيم (P_0) لنموذج صف الانتظار بأكثر من مركز خدمة (S)			
	S=2	S=3	S=4	S=5
0.4	0.6667	0.6701	0.6703	0.6703
0.9	0.3793	0.4035	0.4062	0.4065

الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية لمقياس الأساليب الكمية في الإدارة

حل التمارين الاول:

يمكن حل المصفوفة المختلطة بطريقتين

أولا الطريقة الحسابية: الطريقة الحسابية تُستخدم لإيجاد الاستراتيجية المختلطة في الألعاب الثنائية من الدرجة (2×2) عند غياب نقطة السرج، وذلك من خلال حساب فروق الصفوف والأعمدة ثم تبديل مواقعها واستخدامها لاستخراج احتمالات الاستراتيجيات لكل لاعب. بعد ذلك يتم تحديد النسبة الزمنية المخصصة لكل استراتيجية بقسمة القيم الناتجة بعد التبديل على مجموع فروق الصفوف أو الأعمدة، مع تساوي مجموعهما دائمًا.

		اللاعب Y	
		Y_1	Y_2
اللاعب X	X_1	8	3
	X_2	5	8

		اللاعب Y		0.25	0.25	0.25
		$\left(\frac{5}{8}\right)Y_1$	$\left(\frac{3}{8}\right)Y_2$	الطرح	التبديل	الوقت
اللاعب X	$X_1\left(\frac{3}{8}\right)$	8	3	5	3^*	$\left(\frac{3}{8}\right)$
	$X_2\left(\frac{5}{8}\right)$	5	8	3	5^*	$\left(\frac{5}{8}\right)$
0.25	الطرح	3	5			
0.25	التبديل	5^*	3^*			
0.25	الوقت	$\left(\frac{5}{8}\right)$	$\left(\frac{3}{8}\right)$			

تدوين النتائج في الجدول لحساب نتيجة المباراة

		اللاعبY	
		$\left(\frac{5}{8}\right)$ Y_1	$\left(\frac{3}{8}\right)$ Y_2
اللاعبX	X_1 $\left(\frac{3}{8}\right)$	8	3
	X_2 $\left(\frac{5}{8}\right)$	5	8

0.25

حساب قيمة المباراة من خلال ضرب قيمة احتمال لعب الاستراتيجية المتحصل عليه أعلاه في قيم الاستراتيجيات المقابلة

- $V_1 = \left(\frac{3}{8}\right) \times (8) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{120}{64}$
- $V_2 = \left(\frac{3}{8}\right) \times (3) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{27}{64}$
- $V_3 = \left(\frac{5}{8}\right) \times (5) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{125}{64}$
- $V_4 = \left(\frac{5}{8}\right) \times (8) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{120}{64}$

$$V = \sum(V_1 + V_2 + V_3 + V_4) = \sum\left(\frac{120}{64} + \frac{27}{64} + \frac{125}{64} + \frac{120}{64}\right) = \left(\frac{392}{64}\right) = 6.125$$

بما ان النتيجة موجبة $(V = 6.125)$ فان الفائز في هذه المباراة هو اللاعب (X)

التفسير:

وهذا يعني ان الفائز هو اللاعب **(X)** فإنه سيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الأولى (X_1) و $\left(\frac{5}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الثانية (X_2) ، أما اللاعب (Y) وانه سيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الأولى $(\boldsymbol{Y_1})$ و $\left(\frac{3}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الثانية $(\boldsymbol{Y_2})$.

وهذا التوزيع يمثل **توازن الاستراتيجية المختلطة** حيث لا يستطيع أي لاعب تحسين نتيجته بتغيير احتمالاته بشكل منفرد.

-1

-2 الحل بالطريقة الجبرية :

		اللاعبY	
		Y_1	Y_2
اللاعب X	X_1	8	3
	X_2	5	8

إذا افترضنا أن الوقت المخصص للعب الاستراتيجية (X_1) هو α اي $P(x_1) = (\alpha)$ فإن ما يخصصه للاستراتيجية (X_2) هو $(1-\alpha)$ اي $P(x_2) = (1-\alpha)$

كذلك ما يخصصه اللاعب (Y) للعب الاستراتيجية $(\boldsymbol{Y_1})$ هو β اي $P(y_1) = (\beta)$ فإن ما يخصصه للاستراتيجية $(\boldsymbol{Y_2})$ هو $(1-\beta)$ اي $P(y_2) = (1-\beta)$

		اللاعبY	
		(β) Y_1	$(1-\beta)$ Y_2
اللاعبX	(α) X_1	8	3
	$(1-\alpha)$ X_2	5	8

$$\begin{cases} \boldsymbol{8\alpha + 5(1-\alpha) = 3\alpha + 8(1-\alpha)} \\ \boldsymbol{= 8\alpha + 5 - 5\alpha = 3\alpha + 8 - 8\alpha = 8\alpha + 5 - 5\alpha - 3\alpha - 8 + 8\alpha} \\ \boldsymbol{= 16\alpha - 8\alpha = 8 - 5} \end{cases}$$ 0.25

$\boldsymbol{= 8\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{8}}$ 0.25 و $\boldsymbol{(1-\alpha) = \frac{5}{8}}$ 0.25

//

$$\begin{cases} \boldsymbol{8\beta + 3(1-\beta) = 5\beta + 8(1-\beta)} \\ \boldsymbol{= 8\beta + 3(1-\beta) = 5\beta + 8(1-\beta)} \\ \boldsymbol{= 8\beta + 3 - 3\beta = 5\beta + 8 - 8\beta = 8\alpha + 3 - 3\beta - 5\beta - 8 + 8\beta} \\ \boldsymbol{= 16\beta - 8\beta = 8 - 3 =} \end{cases}$$ 0.25

$\boldsymbol{= 8\beta = 3 \Rightarrow \beta = \frac{3}{8}}$ 0.25 و $\boldsymbol{(1-\beta) = \frac{5}{8}}$ 0.25

بعد الحصول على النتائج ندونها في الجدول التالي:

		Yاللاعب	
		Y_1 $\left(\frac{5}{8}\right)$	Y_2 $\left(\frac{3}{8}\right)$
Xاللاعب	X_1 $\left(\frac{3}{8}\right)$	8	3
	X_2 $\left(\frac{5}{8}\right)$	5	8

0.25

حساب قيمة المباراة من خلال ضرب قيمة احتمال لعب الاستراتيجية المتحصل عليه أعلاه في قيم الاستراتيجيات المقابلة

- $V_1 = \left(\frac{3}{8}\right) \times (8) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{120}{64}$ 0.25
- $V_2 = \left(\frac{3}{8}\right) \times (3) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{27}{64}$ 0.25
- $V_3 = \left(\frac{5}{8}\right) \times (5) \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{125}{64}$ 0.25
- $V_4 = \left(\frac{5}{8}\right) \times (8) \times \left(\frac{3}{8}\right) = \frac{120}{64}$ 0.25

0.5

$$V = \sum (V_1 + V_2 + V_3 + V_4) = \sum \left(\frac{120}{64} + \frac{27}{64} + \frac{125}{64} + \frac{120}{64}\right) = \left(\frac{392}{64}\right) = 6.125$$

بما ان النتيجة موجبة $(V = 6.125)$ فان الفائز في هذه المباراة هو اللاعب (X)

التفسير: 0.5

وهذا يعني ان الفائز هو اللاعب $(\mathbf{X})$ فإنه سيخصص $\left(\frac{3}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الأولى (X_1) و $\left(\frac{5}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الثانية (X_2) ، أما اللاعب (Y) وانه سيخصص $\left(\frac{5}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الأولى $(\boldsymbol{Y_1})$ و $\left(\frac{3}{8}\right)$ من الوقت للاستراتيجية الثانية $(\boldsymbol{Y_2})$ ..

0.25 0.25 0.25 0.25

وهذا التوزيع يمثل **توازن الاستراتيجية المختلطة** حيث لا يستطيع أي لاعب تحسين نتيجته بتغيير احتمالاته بشكل منفرد.

حل التمارين الثاني

1- بناء مصفوفة الارباح الشرطية:

1-1-بناء مصفوفة الارباح المشروطة في الحالة الأولى (لا يوجد ارجاع للكمية المتبقية):

المعطيات:

- سعر البيع = 60 وحدة نقدية
- سعر الشراء = 30 وحدة نقدية
- القيمة المتبقية = 0 وحدة نقدية

لحل هذا التمرين يجب أولًا بناء مصفوفة الأرباح الشرطية، والتي تمثل الأرباح المتوقعة لكل استراتيجية ممكنة عند كل حالة من حالات الطبيعة (الطلب)، وذلك بالاعتماد على معطيات سعر البيع، سعر الشراء، والقيمة المتبقية للكمية غير المباعة. بعد ذلك يتم حساب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية باستعمال احتمالات حدوث الطلب، ومن ثم تحديد الكمية المثلى التي تحقق أكبر ربح متوقع ممكن، وذلك حسب خطوات التي تم تناولها في المحاضرة

حالة الطبيعة / الاستراتيجيات	70 N_1	80 N_2	90 N_3	100 N_4
70 S_1	2100	2100	2100	2100
80 S_2	1800	2400	2400	2400
90 S_3	1500	2100	2700	2700
100 S_4	1200	1800	2400	3000
احتمال حدوث حالة الطبيعة	0.2	0.3	0.3	0.2

0.5

1-2- بناء مصفوفة الارباح المشروطة في الحالة الثانية (يوجد ارجاع للكمية المتبقية):

المعطيات :

- سعر البيع = 60 وحدة نقدية
- سعر الشراء = 30 وحدة نقدية
- القيمة المتبقية = 15 وحدة نقدية

لحل هذا التمرين يجب أولًا بناء مصفوفة الأرباح الشرطية، والتي تمثل الأرباح المتوقعة لكل استراتيجية ممكنة عند كل حالة من حالات الطبيعة (الطلب)، وذلك بالاعتماد على معطيات سعر البيع، سعر الشراء، والقيمة المتبقية للكمية غير المباعة. بعد ذلك يتم حساب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية باستعمال احتمالات حدوث الطلب، ومن ثم تحديد الكمية المثلى التي تحقق أكبر ربح متوقع ممكن، وذلك حسب خطوات التي تم تناولها في المحاضرة

بناء مصفوفة الارباح المشروطة حسب خطوات التي تم تناولها في المحاضرة

0.5

حالة الطبيعة / الاستراتيجيات	70 N_1	80 N_2	90 N_3	100 N_4
70 S_1	2100	2100	2100	2100
80S_2	1950	2400	2400	2400
90S_3	1800	2250	2700	2700
100S_4	1650	2100	2550	3000
احتمال حدوث حالة الطبيعة	0.2	0.3	0.3	0.2

2- حساب القيمة المتوقعة لكل الاستراتيجيات في الحالتين:

الحالة الاولى: دون ارجاع:

حساب القيمة المتوقعة لكل استراتيجية (70، 80، 90، 100) في حالة عدم الارجاع الكمية والتصدق بها

$$EVs_n = \sum_{i=1}^{n}(P_i \times X_i) = (P_1 \times X_1) + (P_2 \times X_2) \ldots\ldots + (P_n \times X_n)$$ 0.25

- $EVs_1 = (\mathbf{2100 \times 0.2}) + (\mathbf{2100 \times 0.3}) + (\mathbf{2100 \times 0.3}) + (\mathbf{2100 \times 0.2}) = \mathbf{2100}$ 0.25
- $EVs_2 = (\mathbf{1800 \times 0.2}) + (\mathbf{2400 \times 0.3}) + (\mathbf{2400 \times 0.3}) + (\mathbf{2400 \times 0.2}) = \mathbf{2280}$ 0.25
- $EVs_3 = (\mathbf{1500 \times 0.2}) + (\mathbf{2100 \times 0.3}) + (\mathbf{2700 \times 0.3}) + (\mathbf{2700 \times 0.2}) = \mathbf{2280}$ 0.25
- $EVs_4 = (\mathbf{1200 \times 0.2}) + (\mathbf{1800 \times 0.3}) + (\mathbf{2400 \times 0.3}) + (\mathbf{3000 \times 0.2}) = \mathbf{2100}$ 0.25

من النتائج نلاحظ أن أكبر قيمة بلغت 2280 وحدة نقدية، وقد تحققت عند الاستراتيجيتين (kg80) S_2 و S_3 (kg90) 0.25

ما يدل على وجود حلول مثلى متعددة دون أفضلية رقمية بينهما. ويُفسَّر الاختيار بينهما بعوامل إضافية مثل درجة المخاطرة (تقليل الفائض أو تعظيم الربح)، والسيولة المالية المتاحة لتمويل الكمية، إضافة إلى قدرات التخزين المتوفرة.

وبالتالي يكون القرار النهائي عمليًا مرتبطًا بالظروف التشغيلية للتاجر وليس بالقيمة المتوقعة فقط..

الحالة الثانية: مع ارجاع الكمية المتبقية:

$$EVs_n = \sum_{i=1}^{n}(P_i \times X_i) = (P_1 \times X_1) + (P_2 \times X_2) \ldots\ldots + (P_n \times X_n)$$

- $EVs_1 = (2100 \times 0.2) + (2100 \times 0.3) + (2100 \times 0.3) + (2100 \times 0.2) = 2100$ 0.25
- $EVs_2 = (1950 \times 0.2) + (2400 \times 0.3) + (2400 \times 0.3) + (2400 \times 0.2) = 2310$ 0.25
- $EVs_3 = (1800 \times 0.2) + (2250 \times 0.3) + (2700 \times 0.3) + (2700 \times 0.2) = 2385$ 0.25
- $EVs_4 = (1650 \times 0.2) + (2100 \times 0.3) + (2550 \times 0.3) + (3000 \times 0.2) = 2325$ 0.25

من خلال نتائج القيم المتوقعة في حالة إرجاع الكمية المتبقية بنصف سعر الشراء، نلاحظ أن أكبر قيمة متوقعة بلغت 2385 وحدة نقدية، وقد تحققت عند الاستراتيجية S_3، أي عند جلب 90 كغ. 0.25 وعليه فإن الكمية المثلى في هذه الحالة هي 90 كغ، لأن إمكانية استرجاع جزء من تكلفة الكمية غير المباعة ساهمت في تخفيض الخسائر ورفع الربح المتوقع مقارنة بحالة عدم الإرجاع .

3- حساب قيمة المعلومة الكاملة في الحالتين:

الحالة الاولى دون ارجاع الكمية المتبقية:

- **حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومة الكاملة**: بحيث نختار أفضل النتائج في كل طبيعة ثم نضربها في احتمال حصول حالة الطبيعة

$$\sum_{i=1}^{n}(R_i \times B_i)$$ 0.25

- $EV_W\mathrm{PI} = (2100 \times 0.2) + (2400 \times 0.3) + (2700 \times 0.3) + (3000 \times 0.2) = 2550.$ 0.25

- $IV = \mathrm{EV}_W\mathrm{PI} - EVs_2 = \sum_{i=1}^{n}(R_i \times B_i) - \sum_{i=1}^{n}\left(P_i \times P(X_i)\right)$ 0.25

- $IV = 2550 - 2280 = 270$ 0.25

الحالة الثانية مع ارجاع الكمية المتبقية:

- **حساب القيمة المتوقعة في ظل المعلومة الكاملة**: بحيث نختار أفضل النتائج في كل طبيعة ثم نضربها في احتمال حصول حالة الطبيعة

- $\sum_{i=1}^{n}(R_i \times B_i)$
- $\mathrm{EV_W PI} = (2100 \times 0.2) + (2400 \times 0.3) + (2700 \times 0.3) + (3000 \times 0.2) = 2550$ 0.25

- $IV = \mathrm{EV}_W\mathrm{PI} - EVs_3 = \sum_{i=1}^{n}(R_i \times B_i) - \sum_{i=1}^{n}\left(P_i \times P(X_i)\right)$ 0.25

- $IV = 2550 - 2385 = 165$ 0.25

4- التعليق الاقتصادي على النتيجتين:

" يتضح أن إدخال إمكانية إعادة بيع الكمية المتبقية خفّض قيمة المعلومة الكاملة من 270 إلى 165 وحدة نقدية، لأن المؤسسة أصبحت تسترجع جزءًا من خسائر الكمية غير المباعة بدل تحملها كاملة. 0.25 لذلك أصبح القرار أقل حساسية لتقلبات الطلب وانخفضت أهمية الحصول على معلومات مثالية قبل اتخاذ القرار ." 0.25

حل التمارين الثالث

المعطيات

- **معدل المكالمات الواردة $\lambda = 27$ (مكالمة في الساعة)**
- معدل قدرة الموظف على معالجة المكالمات $\mu = 30$ (مكالمة في الساعة)
- تكلفة الانتظار $(C_1) = 400$ دج للساعة
- تكلفة الموظف $(C_2) = 800$ دج للساعة
- مدة التشغيل اليومية $(t) = 8$ ساعات

1- **حساب معدل إشغال الموظف (نسبة الاستخدام)**

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{27}{30} = 0.9$$

نلاحظ أن معدل إشغال الموظف بلغ 0.9 أي 90%، وهي نسبة مرتفعة تدل على أن الموظف مستغل بشكل كبير خلال ساعات العمل، حيث يقضي معظم وقته في معالجة المكالمات الواردة. كما تشير هذه النتيجة إلى أن النظام يعمل بالقرب من طاقته القصوى، مما قد يؤدي إلى زيادة أوقات الانتظار وتراكم المكالمات في حالة حدوث أي ارتفاع مفاجئ في الطلب، وبالتالي فإن المؤسسة قد تحتاج مستقبلًا إلى دعم النظام بموظف إضافي لتحسين جودة الخدمة وتقليل ضغط العمل.

2- **الموظف غير مشغول (نسبة عدم الاستخدام).**

$$P_0 = 1 - P = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - 0.9 = 0.1$$

نلاحظ أن نسبة عدم استخدام الموظف بلغت 0.1 أي 10%، وهي نسبة منخفضة تعكس أن الموظف يبقى في حالة خمول لفترة قصيرة فقط من وقت العمل، مما يدل على الاستغلال المرتفع لمركز الخدمة. كما تشير هذه النتيجة إلى أن النظام يعمل بكفاءة تشغيلية مرتفعة، إلا أن انخفاض وقت الخمول قد يزيد من ضغط العمل على الموظف ويؤثر على سرعة الاستجابة في أوقات الذروة.

3- **تقدير متوسط عدد العملاء المتواجدين في النظام (في الانتظار أو يتلقون الخدمة).**

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{27}{30 - 27} = \frac{27}{3} = 9$$

نلاحظ أن متوسط عدد الزبائن المتواجدين في النظام بلغ $L_s=9$ زبائن، وهو عدد مرتفع نسبيًا مقارنة بمعدل الخدمة، مما يعكس وجود ضغط واضح على نظام الاستقبال. ويدل ذلك على أن جزءًا معتبرًا من الزبائن يبقى إما في

حالة انتظار أو قيد الخدمة في نفس اللحظة، وهو ما قد يؤثر سلبًا على جودة الخدمة وسرعة الاستجابة. كما تؤكد هذه النتيجة أن النظام يعمل قريبًا من حدّه التشغيلي، مما يستدعي دراسة إمكانية تحسين القدرة الاستيعابية أو إضافة موارد بشرية إضافية لتخفيف الازدحام.

4- متوسط عدد العملاء المتوقع في صف الانتظار $\left(L_q\right)$

$$L_q = P \times L_s = P \times \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right) = 0.9 \times 9 = 8.1$$

نلاحظ أن متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار بلغ L_q=8.1 زبون، وهو عدد مرتفع جدًا مقارنة بعدد الزبائن في الخدمة، مما يدل على أن أغلب الضغط داخل النظام يتركز في مرحلة الانتظار قبل تقديم الخدمة. كما تعكس هذه النتيجة أن نسبة كبيرة من الزبائن لا يتم خدمتها مباشرة عند وصولها، بل تبقى في الصف لمدة معتبرة، وهو ما قد يؤدي إلى تراجع مستوى رضا الزبائن وارتفاع زمن الانتظار. وبذلك فإن النظام يعاني من اختناق في نقطة الانتظار، مما يستدعي تحسين القدرة التشغيلية أو إعادة توزيع الموارد لتقليل هذا التكدس.

5- متوسط وقت انتظار العملاء المتوقع في النظام.

$$W_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{30-27} = \frac{1}{3}(\mathrm{h}) = 0.33333\ (h) = 20\ (\mathrm{min}) = 1200\ \mathrm{s}$$

6- متوسط وقت الانتظار في النظام هو 20 دقيقة يعتبر هذا وقت مقبول نسبيًا ويجب مراقبته خلال فترات الذروة.

احظ أن متوسط وقت بقاء الزبون في النظام بلغ W_s=0.333ساعة أي حوالي 20 دقيقة (1200 ثانية)، وهو زمن يعتبر مرتفعًا نسبيًا في خدمات مراكز الاتصال. ويعكس ذلك أن الزبون لا يواجه فقط وقت خدمة، بل يقضي أيضًا فترة معتبرة داخل النظام نتيجة قرب معدل الوصول من معدل الخدمة. وبالتالي فإن هذا الزمن يشير إلى ضغط تشغيلي واضح، وقد يؤثر سلبًا على جودة الخدمة ومستوى رضا الزبائن، خاصة في حالات الذروة، مما يستدعي التفكير في تحسين كفاءة النظام أو زيادة القدرة الاستيعابية لتقليص زمن البقاء في الخدمة.

7- متوسط وقت انتظار العملاء المتوقع في صف الانتظار.

$$W_q = \mathrm{P} \times W_s = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \times \left(\frac{1}{\mu - \lambda}\right) = 0.9 \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{0.9}{3}(h) = 0.3\ (\mathrm{h}) = 18\ (\mathrm{min}) = 1080\ (\mathrm{S})$$

نلاحظ أن متوسط وقت انتظار الزبائن في صف الانتظار بلغ W_q=0.3ساعة أي ما يعادل 18دقيقة (1080 ثانية)، وهو زمن معتبر نسبيًا ويعكس وجود ضغط واضح داخل النظام قبل الحصول على الخدمة. كما يبين هذا المؤشر أن

جزءًا مهمًا من وقت الزبون يُقضى في الانتظار أكثر من الخدمة الفعلية، وهو ما قد يؤثر سلبًا على جودة الخدمة المدركة. وبذلك فإن هذه النتيجة تؤكد أن النظام يعمل في ظروف قريبة من التشبع، مما يستدعي تحسين الكفاءة أو التفكير في دعم إضافي لتقليل زمن الانتظار.

8- حساب التكلفة التشغيلية الإجمالية اليومية.

في حالة نظام (M/M/1) (موظف واحد)

- **تكلفة الموظف**

$$C_S = C_2 \times t = 800 \times 8 = 6400\ D$$

- **تكلفة انتظار العميل:**

$$C_q = C_1 \times t \times L_q = 400 \times 8 \times 8.1 = 25920\ D$$

2. التكلفة الكلية

$$C = C_S + C_q = 6400 + 25920 = 32320\ \mathrm{D}$$

نلاحظ أن التكلفة التشغيلية الإجمالية اليومية في النظام الحالي (M/M/1) بلغت 32320دج، وهي تكلفة مرتفعة نسبيًا مقارنة بتكلفة تشغيل الموظف فقط، حيث تشكل تكلفة الانتظار الجزء الأكبر من إجمالي التكاليف. وهذا يدل على أن العبء الحقيقي في النظام لا يتمثل في تكلفة الموارد البشرية، بل في تكلفة ضياع الوقت الناتج عن طول فترات انتظار الزبائن. وبالتالي فإن هذه النتيجة تعكس عدم كفاءة نسبية في استغلال النظام الحالي، وتشير اقتصاديًا إلى أن تحسين مستوى الخدمة (مثل تقليل وقت الانتظار أو إضافة موظف ثانٍ) قد يؤدي إلى تخفيض إجمالي التكاليف على المدى القصير والطويل، رغم زيادة تكلفة التشغيل المباشرة.

1- حساب التكاليف الجديدة بإضافة موظف

تقييم الجدوى الاقتصادية (من حيث التكاليف) لتوظيف موظف إضافي أي الانتقال إلى نظام(M/M/2).

حساب متوسط عدد العملاء المتوقع في صف الانتظار الجديد في حالة أكثر من مركز خدمة حسب القانون التالي:

$S = 2$ / من الجداول الخاصة $(P_0 = 0.3793)$ / $= 0.9$

$$L_q = \frac{(p)^s \times \lambda \times \mu \times P_0}{(s-1)! \times (s \times \mu - \lambda)^2} = \frac{(0.9)^2 \times 27 \times 30 \times (0.3793)}{(2-1)! \times ((2 \times 30) - 27)^2} = \frac{248.85873}{1089} = 0.2284 \approx 0.23$$

ومن ثم تكاليف الوقت الضائع على انتظار العملاء

1- تحسب حسب القانون $C_q = C_1 \times t \times L_q = 400 \times 8 \times \left(\frac{24.85873}{1089}\right) = 731.27D$

2- تكاليف المستخدم الواحد في اليوم الواحد: $C_S = {}_2 \times t = 800 \times 8 = 6400\ D$

تكاليف المستخدمين الاثنين: $C_{S_T} = S \times C_S = 2 \times 6400 = 12800\ \mathrm{D}$

(حساب التكاليف الكلية:

تحسب حسب القانون التالي: $TC_C = C_T + C_q = 12800 + 731.27 = 13531.27\ \mathrm{D}$

8- تقييم **الجدوى الاقتصادية** (من حيث التكاليف) لتوظيف موظف إضافي (أي الانتقال إلى نظام (M/M/2))،

أظهر الانتقال من نظام (M/M/1) إلى نظام (M/M/2) تحسنًا واضحًا في أداء مركز الاتصال، حيث انخفض متوسط عدد الزبائن في صف الانتظار من 8.1 إلى 0.23، مما يعكس تراجعًا كبيرًا في مستوى الازدحام داخل النظام. كما انخفض زمن الانتظار في صف الخدمة بشكل ملحوظ من حوالي 18 دقيقة إلى نحو 0.51 دقيقة (أي ما يقارب 31 ثانية)، وهو ما يدل على تحسن كبير في سرعة الاستجابة وجودة الخدمة المقدمة للزبائن.

ورغم ارتفاع تكلفة التشغيل اليومية من 6400 دج إلى 12800 دج نتيجة إضافة موظف ثانٍ، إلا أن هذا الارتفاع قابله انخفاض حاد في تكلفة الانتظار، مما أدى إلى تراجع التكلفة الإجمالية من 32320 دج إلى 13531.27 دج. وبالتالي فإن نظام (M/M/2) يُعد أكثر جدوى اقتصادية، لأنه يحقق توازنًا أفضل بين تكلفة التشغيل وجودة الخدمة ويقلل بشكل كبير من الخسائر الناتجة عن الانتظار.