**جامعة العربي بن مهيدي–أم البواقي** **السنة ثانية علوم اقتصادية**

**قسم العلوم الاقتصادية** **السنة الجامعية:2025–2026**

**الساعة: 14:15– 15:45** **يوم: 13– 05–2026**

---

**امتحان عادي في مقياس الإحصاء 4**

**التمرين الأول:**

**1–** يعتقد مدير التسويق في شركة اتصالات أن **30%**من عملاء الشركة مهتمون بالانتقال إلى باقة الإنترنت الجديدة. إذا تم إجراء استطلاع رأي لعينة عشوائية مكونة من **400عميل**. ما هو احتمال أن تزيد نسبة المهتمين في العينة عن**35%**؟

**2–** في مدينة صغيرة بها **1000أسرة**، تبيّن من سجلات قديمة أن متوسط الدخل السنوي للأسرة هو **12,000دولار** بتباين قدره **2,500,000**. قرر باحث اقتصادي سحب عينة من **100أسرة** عشوائيا لتحديث البيانات.

**المطلوب:** ما هو احتمال أن يكون متوسط الدخل السنوي للعينة المسحوبة أقل **من 12,200 دولار**؟"

**التمرين الثاني:**

**1–** يريد بنك مركزي تقدير متوسط الإنفاق الشهري للأسرة في مدينة معينة بحيث لا يتجاوز الخطأ في التقدير مبلغ **50 دولاراً** بزيادة أو نقصان، وبمستوى ثقة **95%**. فإذا كانت الدراسات السابقة تشير إلى أن الانحراف المعياري للإنفاق هو **250دولاراً**. **المطلوب:** ما هو أقل حجم عينة (n) يجب سحبها لتحقيق هذا الهدف؟

**2–** في عملية تدقيق لحسابات شركة تجارية، سُحبت عينة من **25فاتورة**، ووجد أن متوسط قيمتها **1200ريال** بتباين 400 ريال. **المطلوب:** أوجد فترة الثقة لمتوسط المجتمع عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

**التمرين الثالث:**

أجرت مؤسسة مالية دراسة للمقارنة بين سرعة إنجاز المعاملات لمجموعتين **مستقلتين** من الموظفين. سُحبت عينة عشوائية من **10موظفين متدربين**، فتبين أن متوسط زمن الإنجاز لديهم **15دقيقة** بانحراف معياري قدره **3دقائق**. كما سُحبت عينة أخرى من **12موظفاً غير متدربين**، فتبين أن متوسط زمن إنجازهم هو **18دقيقة** بانحراف معياري قدره **4دقائق**. بفرض أن توزيع زمن الإنجاز في المجموعتين يتبع **التوزيع الطبيعي**. **المطلوب:** تقدير فترة ثقة بمستوى **99%** للفرق بين متوسطي زمن الإنجاز في المجتمعين.

**التمرين الرابع:** شركة طيران تدعي أن متوسط تكلفة الوجبة المقدمة للمسافر هي **20دولاراً**. قام مدقق حسابات بسحب عينة من **10وجبات**، فكان المتوسط هو **22دولاراً** بانحراف معياري **2,5**. **المطلوب:** بفرض أن المجتمع موزع طبيعيا هل هناك دليل كافٍ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ يُشير إلى أن تكلفة الوجبة أعلى مما تدعيه الشركة؟

**التمرين الخامس:**

أطلقت شركة حملتين إعلانيتين في مدينتين مختلفتين، **الحملة 1** نجحت في إقناع **120**شخصاً من أصل **400**. **والحملة 2** نجحت في إقناع **150**شخصاً من أصل **600**.**المطلوب:** اختبر الفرض بأن الحملة الأولى أكثر فعالية من الثانية عند مستوى **معنوية 0,01**؟

## جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

| z | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.50000 | 0.50399 | 0.50798 | 0.51197 | 0.51595 | 0.51994 | 0.52392 | 0.52790 | 0.53188 | 0.53586 |
| 0.1 | 0.53983 | 0.54380 | 0.54776 | 0.55172 | 0.55567 | 0.55962 | 0.56356 | 0.56749 | 0.57142 | 0.57535 |
| 0.2 | 0.57926 | 0.58317 | 0.58706 | 0.59095 | 0.59483 | 0.59871 | 0.60257 | 0.60642 | 0.61026 | 0.61409 |
| 0.3 | 0.61791 | 0.62172 | 0.62552 | 0.62930 | 0.63307 | 0.63683 | 0.64058 | 0.64431 | 0.64803 | 0.65173 |
| 0.4 | 0.65542 | 0.65910 | 0.66276 | 0.66640 | 0.67003 | 0.67364 | 0.67724 | 0.68082 | 0.68439 | 0.68793 |
| 0.5 | 0.69146 | 0.69497 | 0.69847 | 0.70194 | 0.70540 | 0.70884 | 0.71226 | 0.71566 | 0.71904 | 0.72240 |
| 0.6 | 0.72575 | 0.72907 | 0.73237 | 0.73565 | 0.73891 | 0.74215 | 0.74537 | 0.74857 | 0.75175 | 0.75490 |
| 0.7 | 0.75804 | 0.76115 | 0.76424 | 0.76730 | 0.77035 | 0.77337 | 0.77637 | 0.77935 | 0.78230 | 0.78524 |
| 0.8 | 0.78814 | 0.79103 | 0.79389 | 0.79673 | 0.79955 | 0.80234 | 0.80511 | 0.80785 | 0.81057 | 0.81327 |
| 0.9 | 0.81594 | 0.81859 | 0.82121 | 0.82381 | 0.82639 | 0.82894 | 0.83147 | 0.83398 | 0.83646 | 0.83891 |
| 1.0 | 0.84134 | 0.84375 | 0.84614 | 0.84849 | 0.85083 | 0.85314 | 0.85543 | 0.85769 | 0.85993 | 0.86214 |
| 1.1 | 0.86433 | 0.86650 | 0.86864 | 0.87076 | 0.87286 | 0.87493 | 0.87698 | 0.87900 | 0.88100 | 0.88298 |
| 1.2 | 0.88493 | 0.88686 | 0.88877 | 0.89065 | 0.89251 | 0.89435 | 0.89617 | 0.89796 | 0.89973 | 0.90147 |
| 1.3 | 0.90320 | 0.90490 | 0.90658 | 0.90824 | 0.90988 | 0.91149 | 0.91309 | 0.91466 | 0.91621 | 0.91774 |
| 1.4 | 0.91924 | 0.92073 | 0.92220 | 0.92364 | 0.92507 | 0.92647 | 0.92785 | 0.92922 | 0.93056 | 0.93189 |
| 1.5 | 0.93319 | 0.93448 | 0.93574 | 0.93699 | 0.93822 | 0.93943 | 0.94062 | 0.94179 | 0.94295 | 0.94408 |
| 1.6 | 0.94520 | 0.94630 | 0.94738 | 0.94845 | 0.94950 | 0.95053 | 0.95154 | 0.95254 | 0.95352 | 0.95449 |
| 1.7 | 0.95543 | 0.95637 | 0.95728 | 0.95818 | 0.95907 | 0.95994 | 0.96080 | 0.96164 | 0.96246 | 0.96327 |
| 1.8 | 0.96407 | 0.96485 | 0.96562 | 0.96638 | 0.96712 | 0.96784 | 0.96856 | 0.96926 | 0.96995 | 0.97062 |
| 1.9 | 0.97128 | 0.97193 | 0.97257 | 0.97320 | 0.97381 | 0.97441 | 0.97500 | 0.97558 | 0.97615 | 0.97670 |
| 2.0 | 0.97725 | 0.97778 | 0.97831 | 0.97882 | 0.97932 | 0.97982 | 0.98030 | 0.98077 | 0.98124 | 0.98169 |
| 2.1 | 0.98214 | 0.98257 | 0.98300 | 0.98341 | 0.98382 | 0.98422 | 0.98461 | 0.98500 | 0.98537 | 0.98574 |
| 2.2 | 0.98610 | 0.98645 | 0.98679 | 0.98713 | 0.98745 | 0.98778 | 0.98809 | 0.98840 | 0.98870 | 0.98899 |
| 2.3 | 0.98928 | 0.98956 | 0.98983 | 0.99010 | 0.99036 | 0.99061 | 0.99086 | 0.99111 | 0.99134 | 0.99158 |
| 2.4 | 0.99180 | 0.99202 | 0.99224 | 0.99245 | 0.99266 | 0.99286 | 0.99305 | 0.99324 | 0.99343 | 0.99361 |
| 2.5 | 0.99379 | 0.99396 | 0.99413 | 0.99430 | 0.99446 | 0.99461 | 0.99477 | 0.99492 | 0.99506 | 0.99520 |
| 2.6 | 0.99534 | 0.99547 | 0.99560 | 0.99573 | 0.99585 | 0.99598 | 0.99609 | 0.99621 | 0.99632 | 0.99643 |
| 2.7 | 0.99653 | 0.99664 | 0.99674 | 0.99683 | 0.99693 | 0.99702 | 0.99711 | 0.99720 | 0.99728 | 0.99736 |
| 2.8 | 0.99744 | 0.99752 | 0.99760 | 0.99767 | 0.99774 | 0.99781 | 0.99788 | 0.99795 | 0.99801 | 0.99807 |
| 2.9 | 0.99813 | 0.99819 | 0.99825 | 0.99831 | 0.99836 | 0.99841 | 0.99846 | 0.99851 | 0.99856 | 0.99861 |
| 3.0 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |
| 3.1 | 0.99903 | 0.99906 | 0.99910 | 0.99913 | 0.99916 | 0.99918 | 0.99921 | 0.99924 | 0.99926 | 0.99929 |
| 3.2 | 0.99931 | 0.99934 | 0.99936 | 0.99938 | 0.99940 | 0.99942 | 0.99944 | 0.99946 | 0.99948 | 0.99950 |
| 3.3 | 0.99952 | 0.99953 | 0.99955 | 0.99957 | 0.99958 | 0.99960 | 0.99961 | 0.99962 | 0.99964 | 0.99965 |
| 3.4 | 0.99966 | 0.99968 | 0.99969 | 0.99970 | 0.99971 | 0.99972 | 0.99973 | 0.99974 | 0.99975 | 0.99976 |
| 3.5 | 0.99977 | 0.99978 | 0.99978 | 0.99979 | 0.99980 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99982 | 0.99983 | 0.99983 |
| 3.6 | 0.99984 | 0.99985 | 0.99985 | 0.99986 | 0.99986 | 0.99987 | 0.99987 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99989 |
| 3.7 | 0.99989 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99991 | 0.99991 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 |
| 3.8 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99995 |
| 3.9 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99997 | 0.99997 |

## *t* Table

| cum. prob | $t_{.50}$ | $t_{.75}$ | $t_{.80}$ | $t_{.85}$ | $t_{.90}$ | $t_{.95}$ | $t_{.975}$ | $t_{.99}$ | $t_{.995}$ | $t_{.999}$ | $t_{.9995}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| one-tail | 0.50 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 |
| two-tails | 1.00 | 0.50 | 0.40 | 0.30 | 0.20 | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.002 | 0.001 |
| df | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.000 | 1.000 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.000 | 0.816 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 | 31.599 |
| 3 | 0.000 | 0.765 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.215 | 12.924 |
| 4 | 0.000 | 0.741 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 | 8.610 |
| 5 | 0.000 | 0.727 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 | 6.869 |
| 6 | 0.000 | 0.718 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 | 5.959 |
| 7 | 0.000 | 0.711 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 | 5.408 |
| 8 | 0.000 | 0.706 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 | 5.041 |
| 9 | 0.000 | 0.703 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 | 4.781 |
| 10 | 0.000 | 0.700 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 | 4.587 |
| 11 | 0.000 | 0.697 | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 | 4.437 |
| 12 | 0.000 | 0.695 | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 | 4.318 |
| 13 | 0.000 | 0.694 | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 | 4.221 |
| 14 | 0.000 | 0.692 | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 | 4.140 |
| 15 | 0.000 | 0.691 | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 | 4.073 |
| 16 | 0.000 | 0.690 | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 | 4.015 |
| 17 | 0.000 | 0.689 | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 | 3.965 |
| 18 | 0.000 | 0.688 | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 | 3.922 |
| 19 | 0.000 | 0.688 | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 | 3.883 |
| 20 | 0.000 | 0.687 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 | 3.850 |
| 21 | 0.000 | 0.686 | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 | 3.819 |
| 22 | 0.000 | 0.686 | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 | 3.792 |
| 23 | 0.000 | 0.685 | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 | 3.768 |
| 24 | 0.000 | 0.685 | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 | 3.745 |
| 25 | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 | 3.725 |
| 26 | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 | 3.707 |
| 27 | 0.000 | 0.684 | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 | 3.690 |
| 28 | 0.000 | 0.683 | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 | 3.674 |
| 29 | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 | 3.659 |
| 30 | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 | 3.646 |
| 40 | 0.000 | 0.681 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 | 3.551 |
| 60 | 0.000 | 0.679 | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 | 3.460 |
| 80 | 0.000 | 0.678 | 0.846 | 1.043 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 | 3.195 | 3.416 |
| 100 | 0.000 | 0.677 | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 3.174 | 3.390 |
| 1000 | 0.000 | 0.675 | 0.842 | 1.037 | 1.282 | 1.646 | 1.962 | 2.330 | 2.581 | 3.098 | 3.300 |
| z | 0.000 | 0.674 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 | 3.291 |
| | 0% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 95% | 98% | 99% | 99.8% | 99.9% |
| | Confidence Level | | | | | | | | | | |

# التصحيح النموذجي للامتحان العادي 2026 إحصاء 4

## حل التمرين 1:

$$N = ? \qquad n = 400 \qquad P = 0,30$$

$P$: م.ع يمثل نسبة عملاء الشركة المهتمون بالانتقال إلى باقة الإنترنت الجديدة

$$q = 1 - P = 1 - 0,3 = 0,6$$

- **حساب نسبة المعاينة:**

حسب نظرية المعاينة للنسب

$$\cup_{P'} = P = 0,3$$

أولا نقوم بحساب النسبة $\frac{n}{N}$: مادام $N = ?$ مجهولة

$\frac{n}{N} < 0,05$ لا نستخدم معامل تصحيح ← نفرض

- **حساب الانحراف المعياري للمعاينة:**

$$\delta_{P'} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0,30.0,70}{400}} = 0,0229$$

- **حساب احتمال أن تزيد نسبة المهتمين في العينة عن35%:**

ما دام المجتمع موزعا طبيعيا فإنه يمكن تحويل النسبة $P'$ إلى قيمة معيارية $Z$ :

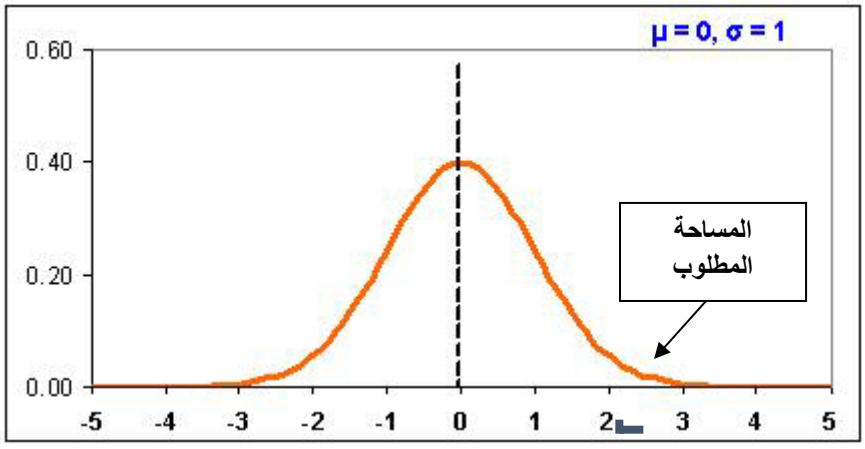
$$P' \rightarrow Z = \frac{P' - \cup_{P'}}{\delta_{P'}}$$

$$P(P' \geq 0,35) = P\left(Z \geq \frac{0,35 - 0,30}{0,0229}\right) = P(Z \geq 2,18) = ?$$

**من جدول التوزيع الطبيعي نجد:**

$$P(Z < 2,18) = 0,9854$$

$$P(P' \geq 2,18) = 1 - P(Z < 2,18)$$




ومنه:

$$P(P' \geq 2,18) = 1 - 0,9854 = 0,0146 = 1,46\%$$

**2. معاينة المتوسط (مجتمع منتهٍ):**

- المعطيات: $\mu = 12,000$ ،$\sigma = 1581.14 \implies \sigma^2 = 2,500,000$ ،$N = 1000$ ،$n = 100$.

**أولا نقوم بحساب النسبة $\frac{n}{N}$:**

$$\frac{n}{N} = \frac{100}{1000} < 0,05 \rightarrow \text{نستخدم معامل تصحيح}$$

**حساب الانحراف المعياري للمعاينة:**

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{1581.14}{10} \times \sqrt{0.9009} \approx 150.05$$

- حساب قيمة $Z$:

$$Z = \frac{12,200 - 12,000}{150.05} \approx 1.33$$

- **حساب احتمال أن يكون متوسط الدخل السنوي للعينة المسحوبة أقل من 12,200 دولار**

$$P(Z \leq 1,33) = ?$$

**من جدول التوزيع الطبيعي نجد:**

$$\boldsymbol{P(Z \leq 1,33) = 0,9082}$$
$$\boldsymbol{P(Z \leq 1,33) = 90,82\%}$$

**حل التمرين الثاني:**

**1- حساب حجم العينة:**

$$\boldsymbol{c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%} \qquad \boldsymbol{\delta_X = 250} \qquad \boldsymbol{d = 50}$$

**من جداول التوزيع الطبيعي:** $\boldsymbol{Z_{95\%} = 1,96}$

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} . \delta_X}{d}\right)^2 = \left(\frac{1,96 * 250}{50}\right)^2$$

$$\boldsymbol{n = 96,04 \approx 96}$$

سحب عينة حجمها 96 أسرة

**2- فترة الثقة لمتوسط المجتمع عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.**

$$\boldsymbol{n = 25 \quad N = 1000 \quad \cup_{\overline{X}} = 1200}$$

$$S^2 = 400 \qquad S = 20$$

$$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

**حسب نظرية التقدير للمتوسطات:** مادام المجتمع غير معلوم التوزيع، وتباينه غير معلوم، و ($n < 30$)، فإن توزيع المعاينة يتبع نظرية تبشيف.

- **تقدير المجتمع باحتمال 0,95:**

$$\hat{U}_X = U_{\overline{X}} \overline{+} k_{(\alpha)} . \delta_{\overline{X}}$$

**من جداول ستيودنت:**

$$K_{(0,05)} = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{0,05}} = 4,472$$

**أولا نقوم بحساب النسبة $\frac{n}{N}$:**

$$\frac{n}{N} = \frac{25}{1000} = 0,025 < 0,05$$

لا نستخدم معامل تصحيح

$$\delta_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{25}} = 4$$

$$\hat{U}_X = U_{\overline{X}} \overline{+} d$$

$$\hat{U}_X = 1200 \overline{+} (4,472)(4)$$

$$\hat{U}_X = 1200 \overline{+} 17,88$$

$$P(1200 - 17,88 < \hat{U}_X < 1200 + 17,88) = 0,95$$

$$P(1182,12 < \hat{U}_X < 1217,88) = 0,95$$

**حل التمرين الثالث:**

تقدير فترة ثقة بمستوى **99%** للفرق بين متوسطي زمن الإنجاز في المجتمعين.

| A (موظفين متدربين) | B(موظفين غير متدربين) |
|---|---|
| $n_A = 10$ | $n_B = 12$ |
| $U_{\overline{X}_A} = 15$ | $U_{\overline{X}_B} = 18$ |
| $S_A = 3$ | $S_B = 4$ |

$$c = 99\% \rightarrow \alpha = 1\%$$

**حسب نظرية التقدير ما دام:**

- ✓ الانحراف المعياري للمجتمعين $\delta_{X_1}$ و $\delta_{X_2}$ مجهولين يعوضان ب $S_1$ و$S_2$
- ✓ المجتمع موزع طبيعيا، وحجم العينتين $n_1$ و$n_2$ أقل من 30

فإن تقدير متوسط الفرق بين المجتمعين يخضع للتوزيع ستيودنت. ومنه:

$$\hat{U}_{X_A-X_B}=U_{\overline{X}_A-\overline{X}_B} \overline{+}\boldsymbol{d}$$

$$d = t_{(V.\propto)}.\delta_{\overline{X}_A-\overline{X}_B}$$

$$V = n_1 + n_2 - k$$

**حسب نظرية المعاينة للفروق بين المتوسطات:**

$$U_{\overline{X}_A-\overline{X}_B}=U_{\overline{X}_A}-U_{\overline{X}_B}= 18 - 15 = \mathbf{-3}$$

$$\delta_{\overline{X}_A-\overline{X}_B} = \sqrt{\frac{(n_1-1){S_1}^2+(n_2-1){S_2}^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$\boldsymbol{\delta_{\overline{X}_A-\overline{X}_B}} = \sqrt{\frac{(10-1)3^2+(12-1)4^2}{10+12-2}} = \mathbf{3.58}$$

**من جداول توزيع ستيودنت:**

$$V = n_1 + n_2 - k$$

$$V = 10 + 12 - 2 = 20$$

$$\boldsymbol{t_{(20;0.99)}} = \mathbf{2,845}$$

$$\boldsymbol{d} = \mathbf{(2,845)(3.58)} = \mathbf{10.18}$$

**تقدير متوسط الفرق بين مجتمعين:**

$$\hat{U}_{X_A-X_B}= \mathbf{-3\overline{+}10.18}$$

$$p\left(-3 - \mathbf{10.18} \leq \hat{U}_{X_A-X_B} \leq -3 + \mathbf{10.18}\right) = 0.99$$

$$\boldsymbol{P\left(-13,18 \leq \hat{U}_{X_A-X_B} \leq 7,18\right) = 0,99}$$

**حل التمرين الرابع:**

$$\boldsymbol{n = 10} \quad \boldsymbol{v = 9} \quad \boldsymbol{U_{\overline{X}} = 22} \quad \boldsymbol{U_0 = 20} \quad \boldsymbol{S = 2.5} \quad \boldsymbol{c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%}$$

بما أن $n < 30$ ، المجتمع موزعا طبيعيا و $\delta_X$ مجهول عوض ب$S$ ، فإن التوزيع يتبع توزيع ستيودنت.

1) **صياغة الفرضية: أحادية من اليمين**

$$H_0 : U_{\overline{X}} = U_0$$

$$H_1 : U_{\overline{X}} > U_0$$

2) **قاعدة القرار : (توزيع ستيودنت )**

$$R\ H_0: T_{cal} > T_{tab}$$
$$A\ H_0: T_{cal} < T_{tab}$$

3) **حساب القيمة المعيارية :**

$$T_{cal} = \frac{\cup_{\overline{X}} - \cup_0}{\delta_{\overline{X}}} \quad / \quad \delta_{X_i} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$
$$T_{cal} = \frac{22-20}{2{,}5/\sqrt{10}} = 2{,}53$$

4) **حساب القيمة الجدولية:**

من جداول توزيع ستيودنت

$$\boldsymbol{T_{tab} = T_{(9{,}95\%)} = 2{,}262}$$

5) **اتخاذ القرار :**

بما أن $T_{cal} < T_{tab}$ نقبل $H_0$ ونرفض $H_1$ أي نقبل الفرضية القائلة بأنه لا يوجد اختلاف بين متوسط تكلفة الوجبة المقدمة للمسافر وتكلفة الوجبة المصرح بها من قبل شركة الطيران عند معنوية $0{,}05$. وبالتالي نؤيد رأي إدارة الشركة.

**حل التمرين الخامس:**

$$\propto = \mathbf{1\%}$$

| الحملة الاعلانية الأولى (A) | الحملة الاعلانية الأولى (B) |
|---|---|
| $P'_1 = \frac{120}{400} = 0{,}3$<br>$n_1 = 400$<br>$q'_1 = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$ | $P'_2 = \frac{150}{600} = 0{,}25$<br>$n_2 = 600$<br>$q'_2 = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$ |

1- **صياغة الفرضية: أحادية من اليمين**

$$H_0: P'_1 = P'_2 \quad \rightarrow \quad H_0: P'_1 - P'_2 = 0$$
$$H_1: P'_1 > P'_2 \quad \rightarrow \quad H_1: P'_1 - P'_2 > 0$$

2- **قاعدة القرار: توزيع طبيعي**

$$\boldsymbol{R}\ H_0: Z_{cal} > Z_{tab}$$
$$\boldsymbol{A}\ H_0: Z_{cal} < Z_{tab}$$

3- **إيجاد القيمة الجدولية:**

$$\boldsymbol{Z_{tab} = 2{,}58}$$

4- **حساب القيمة الحسابية:**

$$\boldsymbol{Z_{cal}} = \frac{(P'_1 - P'_2) - 0}{\sqrt{\frac{P_1 q_1}{n_1} + \frac{P_2 q_2}{n_2}}} = \frac{(0{,}3 - 0{,}25) - 0}{\sqrt{\frac{0{,}3 * 0{,}7}{400} + \frac{0{,}25 * 0{,}75}{600}}} = \frac{0{,}05}{0{,}0289} = \mathbf{1{,}73}$$

5- **اتخاذ القرار:**

بما أن $Z_{cal} < Z_{tab}$ فإننا نرفض $H_0$ ونقبل $H_1$القائلة بأن الحملة الاعلانية الأولى أكثر فعالية من الحملة الاعلانية الثانية عند مستوى **معنوية 0,01**.