جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2025 – 2026
المستوى: سنة أولى
المدة: ساعة ونصف

يوم : 2026/05/13

امتحان السداسي الثاني في مقياس: إحصاء 2

❖ تمرين 1: (4) نقاط / **الإجابة على الصفحة الأولى (فقط) من ورقة الإجابة:**

يتكون مجلس إداري من 20 فردا من بينهم 12 رجلا، و8 نساء. نود تشكيل لجنة من 5 أفراد لحضور اجتماع جهوي على أن **يكون ضمن اللجنة رجلان وامرأتان على الأقل.**

المطلوب: بكم طريقة يمكن تشكيل هذه اللجنة ضمن الشروط التالية:

1- كل عضو في المجلس الإدارة يمكن أن يكون عضوا في اللجنة.

2- رجلان رفضَا رفضًا قاطعًا الدخول في اللجنة لاقتناعهما بعدم جدية الاجتماع.

3- السيد (X) والسيدة (Y) رفضَا أن يكونا ضمن نفس اللجنة.

======++++++=====++++++=======

❖ تمرين 2: (5) نقاط / **الإجابة على الصفحة الثانية (فقط) من ورقة الإجابة:**

2-1- احتمال أن يصيب الرامي A الهدف $\left(\frac{1}{4}\right)$ (في عملية رمي على هدف معين) وأن يصيب الرامي B الهدف $\left(\frac{2}{5}\right)$.

المطلوب: ما هو احتمال إصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل إذا صوب كل من A وB نحو الهدف مرة واحدة؟

2-2- لدينا ثلاثة صناديق بها مصابيح إضاءة: بالصندوق الأول **(I)** 10 مصابيح من بينها 4 معيبة. بالصندوق الثاني **(II)** 6 مصابيح من بينها 1 معيب. بالصندوق الثالث **(III)** 8 مصابيح من بينها 3 معيبة. سحبنا صندوق بطريقة عشوائية وبعد ذلك سحب مصباح منه بطريقة عشوائية أيضاً.

المطلوب : 1- ما هو احتمال أن يكون المصباح معيباً؟

2- إذا علمت أن المصباح المسحوب معيب، ما هو احتمال أن يكون من الصندوق الثالث**(III)** ؟

======++++++=====++++++=======

❖ تمرين3: (5) نقاط / **الإجابة على الصفحة الثالثة (فقط) من ورقة الإجابة:**

لدينا 4 أوراق لعب مرقمة من 3 إلى 6 **(3-4-5-6)** نسحب بطاقتين بشكل عشوائي، و ليكن X م ، ع يمثل المجموع الظاهر على الورقتين المسحوبتين.

المطلوب : 1- أدرج جدول التوزيع الاحتمالي و مثله بيانيا .

2- أحسب كلا من التوقع و الانحراف المعياري ل.م ع، X .

======++++++=====++++++=======

❖ تمرين 4 : (6) نقاط / **الإجابة على الصفحة الرابعة (فقط) من ورقة الإجابة:**

4-1- بفرض أنه لديك التابع (الدالة) المقابل (ة) : **المطلوب** : أحسب الاحتمال التالي : $P(1 \leq x \leq 2)$	$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{3} & ; -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; x \notin [-1\ ;\ 2] \end{cases}$
4-2 - بفرض أنه لديك تابع الكثافة (الدالة) المقابل (ة) : **المطلوب** : 1- أحسب الإحتمالات التالية : أ- $P(x<0)$ ب - $P(x>0)$ ج - $P(x=0)$ 2 - أحسب تباين م ع، X.	$f(x)=\begin{cases} 3.x^2 & ; -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & ; x \notin [-1\ ;\ 0] \end{cases}$

بالتوفيق **لجنة المقياس**

حل امتحان إحصاء 2 السداسي الثاني ليوم 13ماي 2026

++

طبعا هذا الحل نموذجي و يتطرق لمختلف الحالات و يعتمد شرح الخطوات و هي غير مطلوبة من طرف الطالب.

❖ **حل تمرين 1:** 1- الحالات الممكنة هي فقط:

- **حالة 1** : 2 رجل + 3 نساء
- **حالة 2** : **3** رجل + 2 نساء

✓ **لنهتم بالحالة الأولى :** 2رجل + 3 نساء (0,5ن)

- طرق سحب الرجال : $C_{12}^{2}=\dfrac{12!}{2!\ \ 10!}=66$
- طرق سحب النساء : $C_{8}^{3}=\dfrac{8!}{3!\ \ 5!}=56$

ومنه مجموع الطرق : $66\ \text{x}\ 56=3696$

✓ **لنهتم بالحالة الثانية : 3رجل + 2 نساء** (0,5ن)

- طرق سحب الرجال : $C_{12}^{3}=\dfrac{12!}{3!\ \ 9!}=220$
- طرق سحب النساء : $C_{8}^{2}=\dfrac{8!}{2!\ \ 6!}=28$

ومنه مجموع الطرق: $220\ \text{x}\ 28=6160$

ومنه فالمجموع الكلي : $3696+6160=9856$ (0,25ن)

2- رجلان رفض دخول اللجنة : نفس منهجية حل السؤال 1 لكن مع تقلص عدد الرجال إلى 10

✓ **حالة 1: 2 رجل + 3 نساء** (0,5ن)

- طرق سحب الرجال : $C_{10}^{2}=\dfrac{10!}{2!\ \ 8!}=45$
- طرق سحب النساء : $C_{8}^{3}=\dfrac{8!}{3!\ \ 5!}=56$

ومنه مجموع الطرق : $45\ \text{x}\ 56=2520$

✓ **حالة 2: 3 رجل + 2 نساء**(0,5ن)

- طرق سحب الرجال : $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3!\ \ 7!}=120$
- طرق سحب النساء : $C_{8}^{2}=\dfrac{8!}{2!\ \ 6!}=28$

ومنه مجموع الطرق: $120\ \text{x}\ 28=3360$

ومنه فالمجموع الكلي : $2520+3360=5880$ (0,25ن)

3- شرط رفض السيد X و السيدة Y أن يكونا معًا (نعتمد المتمم أي عدد الطرق التي يكون فيها Xو Y معا)

- تماشيا مع السؤال الأول : 12 رجل و 8 نساء.

✓ **الحالة الأولى : حالة 1: 2 رجل + 3 نساء، و Xو Y معًا** (0,5ن)

إذا كان X موجودًا ⟵ الرجل الثاني يجب أن يُختار من باقي الرجال = 9 رجل أي : $C_{11}^{1}=\dfrac{11!}{1!\ \ 10!}=11$

إذا كانت Y موجودة ⟵ باقي النساء يجب اختيار 2 من 7 نساء أي : $C_{7}^{2}=\dfrac{7!}{2!\ \ 5!}=21$

إذا عدد الطرق مع X و Y معا : 231 = 11 x 21

✓ ***حالة 2: 3 رجال + 2 نساء، و X و Y معًا (0,5ن)***

- Xموجود ⟵ باقي الرجال يجب اختيار 2 من 9 رجال: $C_{11}^{2} = \frac{11!}{2!\ \ 9!} = 55$
- إذا كانت Y موجودة ⟵ باقي النساء يجب اختيار 1 من 7 نساء أي : $C_{7}^{1} = \frac{7!}{1!\ \ 6!} = 7$

إذا عدد الطرق مع X و Y معا : 385 = 7 x 55

الأن نقوم بطرح الحالات غير المسموح بها : 9240 = 9856-616 = (231+385) - 9856(0,5ن)

❖ **حل تمرين 2 :**

2 -1-1- الإصابة من طرف A (يعني عدم الإصابة من B) و هذا كاف لتحقق الشرط : (0,5ن)

$$P(A).P(\bar{B}) = \frac{1}{4}x\frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

-ب- الإصابة من طرف B (يعني عدم الإصابة من A) و هذا كاف لتحقق الشرط : (0,5ن)

$$P(B).P(\vec{A}) = \frac{2}{5}x\frac{3}{4} = \frac{6}{20}$$

ج- الإصابة من طرف A .و B و هذا يحقق الشرط : (0,5ن)

$$P(A).P(B) = \frac{1}{4}x\frac{2}{5} = \frac{2}{20}$$

يمكننا التأكد من خلال إدراج جدول التوزيع الاحتمالي المتمثل في إصابة الهدف (هذا لم يكن مطلوب)
تطرقنا لكل الحالات باستثناء حالة احتمال عدم الإصابة من كلا الراميان : و هو :

$$P(\bar{A}).P(\bar{B}) = \frac{3}{4}x\frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$

ومنه :

xi	0	1	2
pi	9 /20	9/20	2/20

. و المطلوب : هو طلقة واحدة عل الأقل : و هذا يعني اصابة من طرف A أو B او كيليهما .

$$P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{9}{20} + \frac{2}{20} = \frac{11}{20}$$

-ملاحظة : بإمكاننا اعتماد مباشرة الحادث المتمم و هو و لا إصابة من طرف الراميان ثم استبعاد النتيجة من 1 ,
فيكون الجواب :

$$1 - \frac{9}{20} = \frac{20-9}{20} = \frac{11}{20}$$ (0,5ن)

2-2- نحن بصدد الاحتمال الكلي و المتغير العشوائي X محل الاهتمام من التجربة هو المعيب و لنرمز للمعيب بالحرف A و للصناديق ب Bi : (2ن)

$$P(A) = P(B_1)\ x\ \ P(A/B_1) + P(B_2).x\ \ P(A/B_2) + P(B_3).\ x\ \ \ P(A/B_3)$$
$$= \left(\frac{1}{3}\quad x\quad \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{1}{3}\quad x\quad \frac{1}{6}\right) + = \left(\frac{1}{3}\quad x\quad \frac{3}{8}\right)$$
$$= \quad 0{,}1333 \quad + \quad 0{,}0556 \quad + \quad 0{,}125 \quad = 0{,}3139$$

ب- هنا نحن بصدد الاحتمال البايزي ومن اجل ذلك نعتمد صيغة بايز :

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i)\ x\ \ P(A/B_i)}{P(A)}$$

و بإجراء عملية التعويض نحصل على : (1ن)

$$P(B_3/A)=\frac{\frac{1}{3}x\frac{3}{8}}{0,3139}=\frac{0,125}{0,3139}=0,3982$$

❖ **حل تمرين 3**- عدد إمكانات السحب لورقتين :

$$C_4^2=\frac{4!}{2!\,(4-2)!}=\frac{4\ x\ 3\ x\ 2!}{2!\ \ 2\,!}=6$$

و منه : فراغ إمكانات لتجربة :

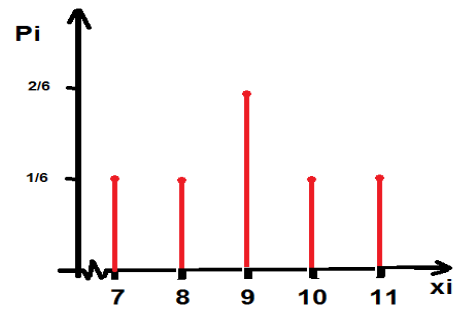
$$\Omega_X\ \{(3,4),(3,5),(3,6),(4,5),(4,6),(5,6)\}$$

مجال المتغير العشوائي X هو : $X=(7,8,9,10,11)$

ومنه فجدول التوزيع الاحتمالي يكون كما يلي : (1,5ن)

xi	7	8	9	10	11
pi	$1/6$	$1/6$	$2/6$	$1/6$	$1/6$

الرسم البياني للتوزيع الاحتمالي لـ م ع X . (1ن)



2-3 -1-التوقع الرياضي لـ م ع X . (1 ن)

$$E(X)=\sum Pi.\ xi$$

$$=\left(7x\frac{1}{6}\right)+\left(8x\frac{1}{6}\right)+\left(9x\frac{2}{6}\right)+\left(10x\frac{1}{6}\right)+\left(11x\frac{1}{6}\right)=\frac{54}{6}=9$$

2-2-3 - لحساب الانحراف المعياري نحسب اولا التباين و من اجل ذلك نعتمد الصيغة المختصرة :

$$V(X)=\sum Pi.\ xi^2-(E(X))^2$$

الطرف الثاني (التوقع الرياضي) تم حسابه في الخطوة السابقة لنهتم فقط بالشطر الأول من صيغة التباين : (1ن)

$$\sum Pi.\ xi^2=\left(49x\frac{1}{6}\right)+\left(64x\frac{1}{6}\right)+\left(81x\frac{2}{6}\right)+\left(100x\frac{1}{6}\right)+\left(121x\frac{1}{6}\right)=\frac{496}{6}=82,67$$

ومنه : $V(X)=82,67-81=1,67\quad\Rightarrow\quad\delta=\sqrt{1,67}=1,29$ (0,5ن)

❖ **حل تمرين 4 :**

4-1- قبل حساب الاحتمال المطلوب نتأكد أولا ان التابع المعطة تابع كثافة .

الشرط الأول لتابع الكثافة : $f(x)\geq 0$ ، هذا الشرط غير محقق بالفعل لو أخذنا قيمة

ضمن مجال و لتكن -1 بالتعويض في التابع نجد : $f(x)=-1/3$ و بالتالي فهذا الشرط غير محقق إذا التابع

المعطى ليس بتابع الكثافة و عليه لا يمكن حساب الاحتمال المطلوب. (1ن)

4-2- جاء بصريح العبارة أن التابع المعطى تابع كثافة و بالتالي يمكننا حساب الاحتمالات المطلوبة .

أ- الاحتمال المطلوب هو : $P(x<0)$ (1ن)

$$f(x)=\int_{-1}^{0}3x^2dx = x^3 \Big]_{-1}^{0} = 0-(-1)^3 + = 1$$

في الحقيقة كان بإمكاننا الإجابة مباشرة ان الإحتمال يساوي 1 لأن اقل من الصفر يغطي كل مجال تعريف تابع الكثافة .

ب- احتمال : $P(X>0)$ يعني قيم خارج المجال و هي بالتعريف غير معرفة أي تساوي الصفر . (1ن)

$$P(X>0)=0$$

ث - احتمال : $P(X=0)$ بما أننا بصدد متغير عشوائي مستمر فحتمال النقطة يساوي دوما الصفر : (1ن)

$$P(X=0)=0$$

لحساب التباين نعتمد الصيغ المختصرة :

$$V(X) = \int x^2.f(x)dx-(E(X))^2$$

و هذه الأخيرة تتطلب مربع التوقع الرياضي .إذا لنحسب التوقع الرياضي : (1ن)

$$E(X)=\int x.f(x)dx=\int 3x^3dx = \frac{3x^4}{4}\Big]_{-1}^{0} = \frac{3}{4}x\ 0-\frac{3}{4}x\ 1=-\frac{3}{4}$$

لنحسب الطرف الأول من الصيغة المختصرة للتباين :

$$\int x^2.f(x)dx=\int 3x^4.dx = \frac{3x^5}{5}\Big]_{-1}^{0} = \frac{3}{5}x\ 0-\left(\frac{3}{5}x-1\right)=0-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{3}{5}$$

و بإجراء عملية التعويض نجد : (1ن)

$$V(X)=\int x^2.f(x)dx-(E(X))^2=\frac{3}{5}-\left(-\frac{3}{4}\right)^2=0{,}6-0{,}5625=0{,}0375$$