جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2025 – 2026
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف
يوم: 2026/05/16

إمتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 4

التمرين الأول 08 ن

في مزرعة تحتوي على **500** خروف، وكانت أوزان الخراف تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدره **55** كغ، حيث تم أخذ عينة عشوائية حجمها **25** خروف، وجد أن الانحراف المعياري لأوزان الخراف يساوي **10** كغ .

المطلوب:

1– حدد طبيعة المجتمع ونوع السحب؟؛

2– تحديد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة؟؛

3– أوجد احتمال أن يزيد الوسط الحسابي لهذه العينة عن **60** كغ؛

4– أوجد إحتمال أن يكون الوسط الحسابي لهذه العينة محصور بين **50** كغ و**65**كغ.

التمرين الثاني 08 ن

مجتمع يتكون من **400** طالب، حيث لاحظ أستاذ مقياس الإحصاء **4** من خلال خبراته السابقة في تدريس هذا المقياس أن الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في هذا المقياس كان **14** ، رغب الأستاذ في تطوير أسلوب تدريس هذا المقياس ومن ثم تقدير الوسط الحسابي للعلامات وفق الأسلوب الجديد؛ فقام الأستاذ بأخذ عينة تتكون من **25** طالب فوجد أن الانحراف المعياري في علامات الطلبة هو **3** والوسط الحسابي لها **15**.

المطلوب:

1– حدد طبيعة المجتمع ونوع السحب؟؛

2– حدد الوسط الحسابي للعينة وكذا الخطأ المعياري؟؛

3– قدر الوسط الحسابي للعينة عند درجة ثقة **95%** ؟؛

4– حدد أقصى خطأ للتقدير وطول فترة الثقة؟.

التمرين الثالث 04 ن

يدعي مدير مصنع لصناعة الأنابيب أن صناعة هذه الأنابيب في مصنعه دقيقة جدا ، ومطابقة للمواصفات ، وأن الوسط الحسابي لأطوال كل الأنابيب المنتجة هو **60** سم ، بتباين قدره **2.25** سم، وللتأكد من صحة قوله سحبت عينة عشوائية من الإنتاج الكلي للمصنع تحتوي على **16** أنبوبة، فكان الوسط الحسابي لأطوالها **58.9** سم ، فإذا كانت أطوال الأنابيب تتبع التوزيع الطبيعي ، اختبر صحة ادعاء مدير المصنع باستخدام مستوى المعنوية **0.01** .

ملاحظة: *1- يجب تحديد خطوات الحل بالتفصيل مع تمثيلها البياني؛*
2-يجب تبرير التوزيع المستعمل في الحل (Z أو T)؛
3-الجداول خلف الورقة.

أ.د حمبلي زهير
بالتوفيق

<table>
<tr><th>التمرين الأول</th><th>النقطة</th></tr>
<tr><td>
لدينا المعطيات التالية:

$n = 25$ ، $\mu = 55\ kg$ ، $S = 10\ kg$ ، $N = 500$

1- تحديد طبيعة المجتمع ونوع السحب:

بأن حجم المجتمع معلوم $N=500$ يجب التأكد من الشرط التالي: $n \geq \%5\ N$

ومنه: $n \geq \%5\ N \Leftrightarrow 25 \geq (0.05).(500)$

$\Leftrightarrow 25 = 25$

بما أن الشرط محقق فإن **المجتمع محدود** والسحب **بدون إرجاع**.

2- تحديد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$:

$\mu_{\bar{X}} = \mu = 55\ kg$

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ أو $= \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

بما أن الشرط السابق $n \geq \%5\ N$ محقق فإننا نستخدم **معامل التصحيح** في حساب $\sigma_{\bar{X}}$ ، وبالتالي فان :

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{10}{\sqrt{25}}\sqrt{\frac{500-25}{500-1}} = 1,95\ kg$

3- إيجاد احتمال أن يزيد الوسط الحسابي لهذه العينة عن 60 كغ:

بما أن تباين المجتمع مجهول ، وحجم العينة صغير وأقل من 30 فان توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$ يخضع **لتوزيع ستيودنت** بدرجات حرية $(\upsilon = n-1 = 25-1 = 24)$.

وعليه فان :

$P(\bar{X} > 60) = P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} > \frac{60-55}{1,95}\right)$

$= P\ (T > \mathbf{2.56})$

$= 1 - P(T \leq 2.56)$

$= 1 - 0.99 = \mathbf{0.01}$
</td><td>
1
1
1
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
0.5
</td></tr>
</table>

4- إيجاد إحتمال أن يكون الوسط الحسابي لهذه العينة محصور بين 50 كغ و65كغ:	
يمكن تحديده مباشرة كما يلي:	
يجب أن نحدد أولا الاحتمال التالي: $P(50 < \bar{x} < 65)$:	
$P(50 < \bar{x} < 65) = P\left(\frac{50-55}{1,95} < T < \frac{65-55}{1,95}\right)$	
$= P\,(\mathbf{-2,56} < T < \mathbf{5,13})$	1
$= P(T < 5,13)$ - $P(T < -2,56)$	0.5
$= 1 - (1 - P(T < +2,56))$ $= 1 - (\,1 - 0,99) = \mathbf{0,99}$	0.5
المجموع	**08 ن**

التمرين الثاني	النقطة
لدينا المعطيات التالية:	
$N = 400$, $\bar{X} = \mathbf{15}$, $S = 03$ ، $\mu = 14$ ، $n = 25$, $1-\alpha = 0,95$	
1- تحديد طبيعة المجتمع ونوع السحب:	
بمأن حجم المجتمع معلوم N=400 يجب التأكد من الشرط التالي: $n \geq \%5\ N$	1
ومنه: $n \geq \%5\ N \Leftrightarrow 25 \geq (0.05).(400)$	
$\Leftrightarrow 25 > 20$	
بما أن الشرط محقق فإن **المجتمع محدود** والسحب **بدون إرجاع**.	1
2- تحديد الوسط الحسابي للعينة وكذا الخطأ المعياري $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$:	
$\mu_{\bar{X}} = \mu = 14$	1
$\sigma_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ أو $= \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	
بما أن الشرط السابق $n \geq \%5\ N$ محقق فإننا نستخدم معامل التصحيح في حساب $\sigma_{\bar{X}}$ ، وبالتالي فان :	
$\sigma_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	0.5
$\sigma_{\bar{X}} = \frac{03}{\sqrt{25}}\sqrt{\frac{400-25}{400-1}} = \mathbf{0,58}$	0.5

3- تقدير الوسط الحسابي للعينة عند درجة ثقة 95% (أي تحديد فترة الثقة): بما أن الانحراف المعياري للمجتمع مجهول σ_{Xi} و حجم العينة n=25 وهو أقل من 30 ومنه نستعمل **توزيع ستودنت t**.	0.5
كذلك يجب إستعمال **معامل التصحيح** وفق الشروط السابقة: ومنه فترة الثقة تأخذ الشكل التالي: $\left[\bar{x} - t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sigma_{\bar{X}} \le \mu \le \bar{x} + t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sigma_{\bar{X}}\right]$	0.5
بما أن : $1-\alpha = 0.95$ فان : $1-\frac{\alpha}{2} = 0.975$ ومن جدول توزيع t بدرجات حرية v=n-1= 25-1=24 نجد أن : $t_{(0.975,24)} = \mathbf{2.064}$	0.5
إذن فترة الثقة 95% للمعدل μ هي: $15 - 2,064 . 0,58 \le \mu \le 15 + 2,064 . 0,58$ $15 - 1,2 \le \mu \le 15 + 1,2$ $\mathbf{13,8} \le \mu \le \mathbf{16,2}$ وهذا بدرجة ثقة 95%	0.5
4- تحديد أقصى خطأ للتقدير وطول فترة الثقة: *تحديد **E** : $\mathbf{E} = t_{(\frac{\alpha}{2},\upsilon)} \cdot \sigma_{\bar{X}} = \mathbf{1,2}$	1
*تحديد طول فترة الثقة: **طول فترة الثقة = E . 2 = 1,2 . 2 = 2,4**	1
المجموع	**08 ن**

التمرين الثالث	**النقطة**
لدينا المعطيات التالية: $\bar{X} = \mathbf{58,9}$, $\delta^2{}_{Xi} = 2,25$ ، $\mu = 60$ ، $n = 16$, $\alpha=0,01$ **اختبار صحة إدعاء صاحب المصنع:** $H_0: = 60\mu$ $H_1: \neq 60\mu$ $\alpha = 0.01$	1
بما أن الفرضية البديلة لا تحدد اتجاها واحدا ، فان الاختبار المناسب هو ذو طرفين ، والقيم الحرجة تكون: تباين المجتمع **معلوم** ومنه نستعمل **التوزيع Z** مهما كان حجم العينة:	0.5

0.5 0.5 0.5 0.5 0.5	$-z_{1-\alpha/2} = -z_{0.995} = \mathbf{-2{,}58}$ ، $z_{1-\alpha/2} = z_{0.995} = \mathbf{2{,}58}$ نرفض H_0 عند مستوى الدلالة 0.05 إذا كان : $Z < -2{,}58$ أو $Z > 2{,}58$ والآن نقوم بحساب Z من خلال المعادلة التالية : بما أن N المجتمع مجهولة نفرض أن الشرط غير محقق وبالتالي **لا نستعمل معامل التصحيح** ومنه تكون المعادلة على النحو التالي: $\mathbf{Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$ أي : $Z = \frac{58{,}9-60}{1{,}5/\sqrt{16}} = \mathbf{-2{,}93}$ نلاحظ أن $\mathbf{-2{,}93 < -2{,}58}$ أي أن قيمة Z تقع في منطقة الرفض (المنطقة الحرجة) ، لذلك نرفض H_0 ونقبل H_1 عند مستوى المعنوية 0,01، أي $\mathbf{\mu \neq 60\, cm}$ ، لأن Z وقعت في منطقة الرفض اليسرى ، أي على يسار $-z_{1-\alpha/2}$. **الاستنتاج:** إدعاء صاحب المصنع خاطئ بنسبة 99 بالمئة وقد يكون صحيح بنسبة 01 بالمئة.
04 ن	**المجموع**