امتحان الدورة العادية تأخير
مقياس الرياضيات 1

التمرين الأول:

في قسم متكون من 10 طلبة:

1. احسب عدد إمكانات اختيار 3 طلبة لتمثيل القسم.
2. أ - احسب عدد التشكيلات الممكنة لاختيار لجنة مكونة من مسؤول القسم ونائبه وكاتب عام.

ب - اذا تم الاتفاق على تحديد مسؤول القسم مسبقا فكم تشكيلة يمكن اختيارها لاكمال لجنة القسم

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$U_{n+1} = 3U_n + 1 \quad \text{و} \quad U_0 = 2$$

1. أحسب الحدود U_1 ، U_2 ، U_3
2. بيّن أن المتتالية $V_n = U_n + \frac{1}{2}$ متتالية هندسية.
3. استنتج عبارة U_n بدلالة n .
4. احسب النهاية $\lim_{n\to+\infty} U_n$ ثم فسر النتيجة.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - x$$

1. أحسب $f(0)$ و $f(1)$
2. أحسب المشتقة $f'(x)$
3. ناقش عدد حلول المعادلة:

$$e^x - x = 0$$

ثم استنتج إشارة $f(x)$

4. أحسب: $\int_0^1 f(x)$

بالتوفيق للجميع

الاجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية تأخير
مقياس الرياضيات 1

حل التمرين الأول: 06 نقاط

في قسم متكون من 10 طلبة:

1. عدد إمكانات اختيار 3 طلبة لتمثيل القسم: (02 نقطة)

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\,(10-3)!} = 120$$

عدد التشكيلات الممكنة لاختيار لجنة مكونة من مسؤول القسم ونائبه وكاتب عام: (02 نقطة)

$$A_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

اذا تم الاتفاق على تحديد مسؤول القسم مسبقا فيتبقى اختيار نائب المسؤول وكاتب عام من بين 9 طلبة متبقين: (02 نقطة)

$$A_{9}^{2} = \frac{9!}{(9-2)!} = 72$$

التمرين الثاني: 07 نقاط

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$U_{n+1} = 3U_n + 1$ و $U_0 = 2$

1. حساب الحدود (1.5 نقطة)

$U_1 = 7$ ، $U_2 = 22$ ، $U_3 = 67$

2. بيّن أن المتتالية $V_n = U_n + \frac{1}{2}$ متتالية هندسية. (02 نقطة)

$$V_{n+1} = U_{n+1} + \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{n+1} = 3U_n + 1 + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V_{n+1} = 3\,(U_n + \frac{1}{2}) \quad \Rightarrow \quad V_{n+1} = 3\,V_n$$

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ ، $V_0 = \frac{5}{2}$

وعبارة حدها العام $V_n = \frac{5}{2}\,3^n$

عبارة U_n بدلالة n هي $U_n = \frac{5}{2}\,3^n - \frac{1}{2}$ (02 نقطة)

$\lim_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ وهي متتالية غير متقاربة (1.5 نقطة)

التمرين الثالث: 07 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = e^x - x$$

$f(0) = 1$ و $f(1) = e - 1$ (02 نقطة)

$$f'(x) = e^x - 1$$

المعادلة $e^x - x = 0$ *ليس لها حل في* $\mathbb{R}$ و $f(x) > 0$ (03 نقطة)

$$\int_0^1 f(x) = \left[e^x - \frac{1}{2}x^2\right]_0^1 = e - \frac{3}{2}$$ (02 نقطة)