

تصحيح اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات لقسم السنة أولى اتصال تسويقي و ادارة العلاقة مع الزبائن

التمرين الأول : (8 نقاط)

لتكن E مجموعة و $A, B, C, D \subset E$ ، اثبات أن :

$$-1 \quad (A \setminus B) = (A \cup B) \setminus B \quad (2 \text{ ن}) :$$

$$(A \setminus B) = (A \cap \overline{B}) \dots (1)$$

$$(A \cup B) \setminus B = (A \cup B) \cap \overline{B} = (A \cap \overline{B}) \cup \underbrace{(B \cap \overline{B})}_{\phi} = (A \cap \overline{B}) \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد أن : $(A \setminus B) = (A \cup B) \setminus B$

$$-2 \quad (A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D) \quad (2 \text{ ن}) :$$

$$(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap \overline{B}) \cap (C \cap \overline{D}) \quad (0.5)$$

$$= (A \cap C) \cap (\overline{B} \cap \overline{D}) \quad (0.5)$$

$$= (A \cap C) \cap \overline{(B \cup D)} \quad (0.5)$$

$$= (A \cap C) \setminus (B \cup D) \quad (0.5)$$

$$-3 \quad A \Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \quad (2 \text{ ن}) :$$

$$(A \Delta B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \quad (1)$$

$$= (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}) \quad (0.5)$$

$$= (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \quad (0.5)$$

$$-4 \quad (A \Delta \overline{B}) \cup (A \Delta B) = E \quad (2 \text{ ن}) :$$

$$(A \Delta \overline{B}) \cup (A \Delta B) = [(A \setminus \overline{B}) \cup (\overline{B} \setminus A)] \cup [(A \setminus B) \cup (B \setminus A)] \quad (0.5)$$

$$= [(A \cap B) \cup (\overline{B} \cap \overline{A})] \cup [(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})] \quad (0.5)$$

$$= (A \cap B) \cup (\overline{B} \cap \overline{A}) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}) \quad (0.5)$$

$$= \underbrace{(A \cap B) \cup (\overline{B} \cap \overline{A})}_E \cup \underbrace{(A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A})}_{(A \Delta B)} \quad (0.5)$$

$$= E \cup (A \Delta B) = E \quad (0.5)$$

التمرين الثاني (2 ن) :

نبرهن أن العدد

$$x = 28,91415415415 \dots$$

هو عدد نسبي.

نلاحظ أن الجزء الدوري هو 415، لذلك نضرب في قوى العدد 10:

$$(0.25) \quad 10^2 x = 2891,415415415 \dots$$

$$(0.25) \quad 10^5 x = 2891415,415415415 \dots$$

نطرح المعادلتين:

$$(0.5) \quad (10^5 - 10^2)x = 2891415,415415415 \dots - 2891,415415415 \dots$$

$$99900x = 2888524$$

إذن:

$$x = \frac{2888524}{99900}$$

وبما أن:

$$(0.5) \quad \frac{2888524}{99900} \in \mathbb{Q}$$

نستنتج أن:

$$(0.5) \quad \boxed{x \in \mathbb{Q}}$$

أي أن العدد x عدد نسبي.

التمرين الثالث : (8 نقاط)

لتكن الدالة f معرفة بـ:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

1- تبسيط عبارة الدالة وتحديد مجموعة تعريفها

لدينا:

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

إذن، لكل $x \neq 2$:

$$(1) \quad f(x) = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$$

وبما أن المقام لا يساوي صفراً، فإن:

$$(1) \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

-2 حساب النهايات

بما أن $f(x) = x + 2$ على D_f ، فإن:

$$(0.5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$$

$$(0.5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$$

$$(0.5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$(0.5) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

-3 الاستمرارية عند $x = 2$

نلاحظ أن: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$

لكن: $f(2)$ غير معرفة عند $x = 2$. . . (1)

إذن، الدالة f غير مستمرة عند $x = 2$. . . (1)

-4 اشتقاق الدالة

بما أن:

$$(1) \quad f(x) = x + 2 \quad \forall x \in D_f$$

فإن مشتقتها هي:

$$(1) \quad f'(x) = 1$$

-5 اتجاه التغير وجدول التغيرات

بما أن:

$$(0.5) \quad f'(x) = 1 > 0 \quad \forall x \in D_f$$

فإن الدالة f متزايدة تماماً على:

$$(0.5) \quad R \setminus \{2\}$$

جدول التغيرات:

$$(1) \quad \begin{array}{c|ccc} x & -\infty & 2 & +\infty \\ \hline f'(x) & + & || & + \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow || \nearrow & +\infty \end{array}$$