جامعة العربي بن مهيدي–أم البواقي
قسم العلوم الاقتصادية
السنة ثانية علوم اقتصادية
السنة الجامعية:2025–2026
الساعة: 13:00– 14:30
يوم:11–1–2026

الامتحان العادي في مقياس إحصاء 3

التمرين الأول:

في حملة تسويق رقمية، احتمال أن يقوم الزائر بالشراء هو 0.25 ، في مرحلة الاختبار الأولي دخل الموقع 15 زائر:

1. ما احتمال أن يقوم 3 زوار أو أقل بالشراء؟
2. ما هو المتوسط والتباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع؟
3. إذا دخل الموقع 200 زائر ما احتمال أن يقوم 60 زائرًا أو أكثر بالشراء؟

التمرين الثاني:

في نظام إدخال بيانات مالية، متوسط عدد الأخطاء الطفيفة هو 4 أخطاء لكل 100 عملية إدخال.

1. إذا اخترنا عينة من 100 عملية إدخال، ما احتمال أن يكون عدد الأخطاء على الأقل 3؟
2. إذا اخترنا عينتين مستقلتين من 100 عملية إدخال، ما احتمال أن يكون مجموع الأخطاء فيهما 7؟
3. ما هو متوسط عدد الأخطاء المتوقع في 500 عملية إدخال؟

التمرين الثالث:

مدة انتظار المستثمر لفتح حساب استثماري تتراوح بين 20 و40 دقيقة، موزعة بانتظام.

1. ما احتمال أن يكون الانتظار بين 28 و32 دقيقة؟
2. ما هو المتوسط والتباين لهذا التوزيع؟

التمرين الرابع:

في مؤسسة، يوجد 15 موظفًا، منهم 9 لديهم خبرة سابقة في المشاريع الاستثمارية. تم اختيار لجنة من 6 موظفين بشكل عشوائي.

1. ما احتمال أن تضم اللجنة على الأكثر موظفين اثنين ذوي خبرة؟
2. ما هو التوقع الرياضي والتباين للعدد الكلي للموظفين ذوي الخبرة في اللجنة؟

التمرين الخامس:

في بنك استثماري، العائد السنوي على محفظة معينة يتبع توزيعًا طبيعيًا بمتوسط قدره 8% وانحراف معياري 2%.

1. احسب احتمال أن يكون العائد السنوي بين 6% و10%.
2. إذا كان احتمال أن يتجاوز العائد قيمة معينة هو 0.05، اوجد قيمة العائد عند هذا الاحتمال.
3. إذا أراد المستثمر أن يحدد حدًا أدنى للعائد بحيث لا يتجاوزه سوى 10%من الحالات، فما هو هذا الحد؟

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية إحصاء 3 سنة 2025- 2026

التمرين الأول:

X : متغير عشوائي يمثل عدد الزوار المشترين من الموقع.

P : احتمال الشراء لكل زائر

- **مرحلة الاختبار الاولي للموقع:** دخل 15 زائر

إن المتغير العشوائي X يتوزع وفق توزيع ذي الحديث بالمعلمتين n=15 و p = 0.25 أي أن:

$$\mathbf{X \sim B\ (\ 15\ ,\ 0.25\ )\ .}$$

- **دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي(X) :**

$$p(X = x_i) = \begin{cases} C_{x_i}^{15} \cdot 0.25^{x_i} \cdot 0.75^{15-xi} & x = 0, 1, 2, \ldots\ldots, 15 \\ O, & sinon \end{cases}$$

1- حساب احتمال أن يقوم 3 زوار أو أقل بالشراء :

$$P\ (\ x \leq 3\ ) = P\ (\ x = 0) + P\ (\ x = 1\ ) + P\ (\ x = 2\ ) + P\ (\ x = 3\ )$$

$$P\ (\ x \leq 3\ ) = C_0^{15} \cdot 0.25^0 \cdot 0.75^{15-0} + \ldots. + C_3^{15} \cdot 0.25^3 \cdot 0.75^{15-3}$$

$$P\ (\ x \leq 3\ ) = 0.01335 + 0.0667 + 0.1556 + 0.2246 = \mathbf{0.4602}$$

2- حساب التوقع والتباين:

- **التوقع الرياضي:**

$$E(x) = n \cdot P = 15.0,25 = 0,75$$

- **التباين:**

$$V(x) = n \cdot p \cdot q = 15.0,25\ .0,75 = 2.81$$

- **الانحراف المعياري:**

$$\delta_x = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{0,81} = 1.67$$

- **مرحلة التشغيل الواسع للموقع:** دخل 200 زائر

إن المتغير العشوائي X يتوزع وفق توزيع ذي الحديث بالمعلمتين n=200 و p = 0.25 أي أن:

$$\mathbf{X \sim B\ (\ 200\ ,\ 0.25\ )\ .}$$

- دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي(X) :

$$p(X = x_i) = \begin{cases} C_{x_i}^{200} \cdot 0.25^{x_i} \cdot 0.75^{200-xi} & x = 0, 1, 2, \ldots\ldots, 200 \\ O, & sinon \end{cases}$$

- حساب احتمال أن يقوم 60 زائر أو أكثر بالشراء :

$$P\ (\ x \geq 60\ ) = \sum_{i=60}^{200} C_{x_i}^{200} \cdot 0.25^{x_i} \cdot 0.75^{200-xi}$$

لصعوبة الحل يمكن تقريب التوزيع الثنائي الى التوزيع الطبيعي حيث:

إذا تحققت الشروط الأتية:

$n \geq 30$ و $n.p \geq 5$ و p تقترب من 0,5

$$U = E\ (x) = n.p = 200\ (0{,}25) = 50$$

$$\delta_x^2 = V\ (x) = n.p.q = 200\ (0{,}25)(0{,}75) = 37{,}5$$

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2} = \sqrt{37,5} = 6,1237$$

لكن قبل التقريب الى التوزيع الطبيعي يجب تصحيح الاستمرارية أولا:

إذا كان لدينا متغير عشوائي متقطع قيمته a، فإنه يتم استبدال هذه القيمة بالمجال:

$$[\ (a - 0{,}5)\ ,\ (a + 0{,}5)\ ]$$

$$X \sim Z = \frac{Xi - \bar{X}}{\delta_x} = \frac{Xi - (n\ .\ p)}{\sqrt{n\ .p\ .q}}$$

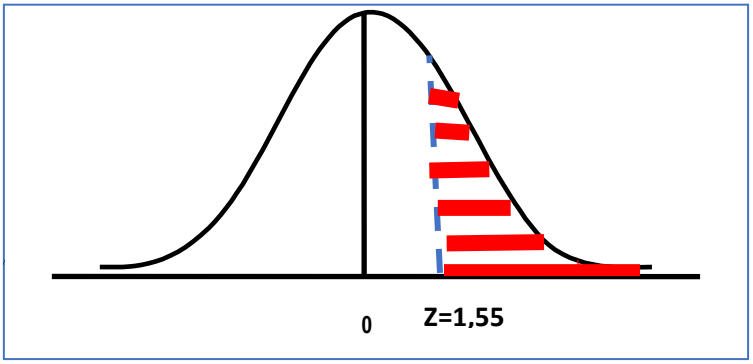
يجب أولا تصحيح الاستمرارية:

$$P\ (\ x \geq 60\ ) = p\ (\ Z \geq \frac{(60-0{,}5) - (200\ (0{,}25)\ )}{\sqrt{200\ (0{,}25)(0{,}75)}}).$$

$$P\ (\ x \geq 60\ ) = p\ (\ Z \geq \frac{(59{,}5) - 50}{6{,}1237}).$$

$$P\ (\ x \geq 60\ ) = p\ (\ Z \geq 1{,}55\ )$$

والرسم التالي يوضح المساحة المراد حسابها الممثلة بالأحمر



من جداول التوزيع الطبيعي الكلي نجد:

$$p(Z \leq 1{,}55) = 0{,}93943$$

ومنه:

$$p(Z \geq 1{,}55) = 1 - p(Z \leq 1{,}55)$$

$$p(Z \geq 1{,}55) = 1 - 0{,}93943 = 0{,}06057 = 6{,}0557\%.$$

التمرين الثاني:

المعطيات:

X: متغير عشوائي يتبع توزيع بواسوني

λ: متوسط الأخطاء لكل 100 عملية

$$x \sim p(\lambda)$$

$$\lambda = 4$$

1- إذا اخترنا عينة من 100 عملية ادخال حساب احتمال أن يكون عدد الأخطاء 3 على الأقل:

$$p(x \geq 3) = 1 - p(x < 3) = 1 - [p(x=2) + p(x=1) + p(x=0)]$$

- دالة التوزيع الاحتمالي:

$$p(X = x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-4}4^{x}}{x!} & , x = 1, 2, 3, \dots \dots 100 \\ 0, & sinon \end{cases}$$

- حساب الاحتمال: حيث: $e^{-4} = 0{,}018315$

$$p(x \leq 3) = 1 - \left[\frac{4^2 e^{-4}}{2!} + \frac{4^1 e^{-4}}{1!} + \frac{4^0 e^{-4}}{0!}\right]$$

$$p(x \leq 3) = 1 - [8 + 4 + 1] \times e^{-4}$$

$$p(x \leq 3) = 1 - 13\,(,018315) = 1 - 0\,,238095$$

$$p(x \leq 3) = 0{,}7619$$

2- إذا اخترنا عينتين من 100 عملية ادخال حساب احتمال أن يكون عدد الأخطاء فيهما 7:

$$\lambda = 4 \times 2 = 8$$

$$p(x=7) = ?$$

- **دالة التوزيع الاحتمالي:**

$$p(X=x)=\begin{cases}\dfrac{e^{-8}8^{x}}{x!} & ,x=1,2,3,\dots\dots 100\\ 0, & sinon\end{cases}$$

- **حساب الاحتمال: حيث:** $e^{-8}=0,0003355$

$$p(x=7)=\frac{e^{-8}8^{7}}{7!}=\frac{e^{-8}(2,097)}{5040}=0,0003355\ (416,1)=0,1396$$

3- متوسط عدد الأخطاء المتوقع في 500 عملية ادخال:

$$\lambda=4\times\frac{500}{100}=20$$

- **حساب التوقع و التباين و الانحراف المعياري :**

$$E(x)=V(x)=\lambda=20 \quad / \quad \delta x=\sqrt{20}=4,47$$

التمرين الثالث:

X: متغير عشوائي يتبع توزيع منتظم يمثل مدة انتظار المستثمر لفتح حساب استثماري

$$x\sim U(\alpha=20,\beta=40)$$

الحل:

حيث أن: $\alpha=20$ و $\beta=40$ في الصيغة العامة للتوزيع المنتظم وعليه فان:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{40-20} & ,20\le x\le 40\\ 0, & sinon\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{20} & ,20\le x\le 40\\ 0, & sinon\end{cases}$$

وبالتالي:

- **حساب احتمال أن يكون الانتظار بين 28 و 32 دقيقة:**

$$P(28\le x\le 32)=P(x\le 32)-P(x\le 28)$$

$$P(28 \leq x \leq 32) = \int_{20}^{32} \frac{1}{20} dx - \int_{20}^{28} \frac{1}{20} dx$$

$$P(28 \leq x \leq 32) = \left(\frac{32}{20} - \frac{20}{20}\right) - \left(\frac{28}{20} - \frac{20}{20}\right) = (1,6 - 1) - (1,4 - 1)$$

$$P(28 \leq x \leq 32) = \int_{28}^{32} \frac{1}{20} dx = 0,2$$

- **حساب القيمة المتوقعة والتباين لفتح حساب استثماري:**

المتوسط الحسابي:

$$U_x = \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{20+40}{2} = 30\ min$$

التباين:

$$\delta_x^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12} = \frac{(40-20)^2}{12} = \frac{400}{12} = 33,33$$

الانحراف المعياري:

$$\delta_x = \sqrt{33,33} = 5,77$$

التمرين الرابع:

المعطيات:

X: متغير عشوائي يمثل الموظفين الذين لديهم خبرة سابقة في المشاريع الاستثمارية

N: اجمالي الموظفين

N_1: اجمالي الموظفين ذوي خبرة

$N - N_1$: الموظفين الذين لا يملكون خبرة

n: حجم العينة

الحل : بما أن اختيار العينة تم دون إرجاع فالتوزيع هو توزيع فوق الهندسي:

$$X \sim h(N_1, N - N_1, p)$$

$P = \frac{N1}{N} = . \frac{9}{15} = 0.6$	N 15	n = 6	$N_1 = 9$	$N - N_1 = 6$

$$X \sim h(18, 45, p)$$

قانون التوزيع الاحتمالي فوق الهندسي

$$P(X = x) = \frac{C_9^x \; C_6^{6-x}}{C_{15}^6} \quad \ldots\ldots\ldots; x = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots 6$$

- **حساب احتمال أن تظم اللجنة على الأكثر موظفين لديهم خبرة:**

$$P(x \leq 2) = [P(x=2) + P(x=1) + P(x=0)]$$

$$P(x \leq 2) = [\frac{C_9^2 \; C_6^{6-2}}{C_{15}^6} + \frac{C_9^1 \; C_6^{6-1}}{C_{15}^6} + \frac{C_9^0 \; C_6^{6-0}}{C_{15}^6}]$$

$$P(x \leq 2) = \frac{540+54+1}{5005} = \frac{595}{5005}$$

$$P(x \leq 2) = 0.1189$$

- **حساب المتوسط والتباين:**

التوقع الرياضي:

$$E(x) = n \cdot \frac{N1}{N} = 6 \cdot \frac{9}{15} = 3.6 .$$

التباين:

$$V(x) = n \cdot \frac{N1}{N} [1 - \frac{N1}{N}] [\frac{N-n}{N-1}] = n \cdot p \cdot q [\frac{N-n}{N-1}]$$

$$V(x) = 6 \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{15} \cdot [\frac{15-6}{15-1}] = 0{,}926 .$$

التمرين الخامس:

المعطيات:

X: متغير عشوائي يمثل العائد السنوي على محفظة معينة يتبع توزيع طبيعي

$$x \sim N(u = 8\%, \delta = 2\%)$$

حساب احتمال أن يكون العائد بين 6 %و 10 % :

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}10)$$

$$= P\left(\frac{0{,}06 - 0{,}08}{0{,}02} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{0{,}10 - 0{,}08}{0{,}02}\right)$$

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}08) = P(-1 \leq Z \leq 1)$$

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}08) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1)$$

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}08) = P(Z \leq 1) - [1 - P(Z \leq 1)]$$

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}08) = 0.8413 - (1 - 0.8413) = 0.8413 - 0.1587 = 0{,}6826$$

$$P(0{,}06 \leq X \leq 0{,}08) = 0.8413 - 0.1587 = 0{,}6826 = 68{,}26\%$$

2- قيمة العائد عند تجاوز الاحتمال 0,05:

$$P(X > x_0) = P(Z > Z_0) = p\left(Z > \frac{x_0 - Ux}{\sin}\right) = 0,05$$

مادام جداول التوزيع الطبيعي تقرأ الاحتمال أقل أو يساوي من قيمة معيارية Z فإن :

$$P(Z < z_0) = 1 - 0,05 = 0,95$$

$$z_0 = z_{0,95} = 1,645$$

ومنه:

$$z_0 = \frac{x_0 - U_x}{\delta_x}$$

$$1,645 = \frac{x_0 - 0,08}{0,02}$$

$$x_0 = 0,08 + 1,645(0.02)$$

$$x_0 = 0,1129 = 11,20\%$$

3- الحد الأدنى للعائد لا يتجاوز 10% :

$$P(X < x_0) = P(Z < Z_0) = p\left(Z < \frac{x_0 - Ux}{\delta_x}\right) = 0,10$$

مادام الاحتمال غير موجود في الجدول فإن قيمة z المعيارية قيمة سالبة:

$$P(Z < -z_0) = 1 - P(Z < z_0) = 1 - 0,10 = 0,90$$

$$z_0 = z_{0,90} = 1,285$$

ومنه:

$$-z_0 = \frac{x_0 - U_x}{\delta_x}$$

$$-1,2816 = \frac{x_0 - 0,08}{0,02}$$

$$x_0 = 0,08 - 1,285(0.02)$$

$$x_0 = 0,0543 = 5,43\%$$