جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم المالية والمحاسبة
مسؤول المقياس: د. بلوطار م.

السنة الجامعية: 2025-2026
المستوى: الثانية ليسانس
المدة: ساعة ونصف
التاريخ: 2026/01/19

امتحان الدورة العادية في مقياس الاحصاء3

التمرين الأول: (حول المحاضرة: 4 نقاط) الاجابة تكون على الصفحة الأولى والثانية

ليكن X و Y متغيران عشوائيان لهما التوزيع الاحتمالي المشترك المبيّن في الجدول التالي:

X \ Y	0	1	2	3
0	K	0.125	0.25	0.125
1	0.125	0.25	0.125	0

المطلوب:1- أوجد قيمة الثابت K حتى يكون التوزيع المعطى توزيعا احتماليا مشتركا؟

2- أوجد التوزيع الهامشي لكل من X و Y؟

3- هل X و Y متغيران عشوائيان مستقلان؟ علّل؟

4- أوجد: $P(X=0, Y=0)$، $P(X>0, Y\leq3)$ ؟

التمرين الثاني: (5 نقاط) الاجابة تكون على الصفحة الثانية فقط

يحتوي صندوق على 14 قطعة غيار منها 12 جيّدة و2 غير جيّدة. تمّ اختيار 3 قطع عشوائيا وفي آن واحد، وبفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد القطع غير الجيّدة في هذا الصندوق:

1- عرّف قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X؟

2- أحسب احتمال الحصول على: - قطعتين غير جيّدتين؟ - قطعة غير جيّدة على الأقل؟

3- ماهو عدد القطع التي يجب سحبها في آن واحد حتى يكون احتمال الحصول على الأقل على قطعة غير جيّدة يتجاوز المقدار 5/6؟

التمرين الثالث: (5 نقاط) الاجابة تكون على الصفحة الثالثة فقط

يتضمّن امتحان 300 سؤالا من النوع متعدد الاختيارات، ولكل سؤال أربعة أجوبة مقترحة واحد فقط هو الجواب الصحيح. وليكن X متغير عشوائي يمثل عدد الأجوبة الصحيحة: (بفرض أن كل الإجابات كانت بالتخمين)

1- عرّف قانون التوزيع الاحتمالي الأصلي للمتغير العشوائي X؟

2- هل يمكن تقريب هذا القانون إلى قانون آخر؟ علّل ذلك؟

3- ماهو احتمال الحصول على: - 78 إجابة صحيحة؟ - ما بين 72 و100 إجابة صحيحة؟

التمرين الرابع: (6 نقاط) الاجابة تكون على الصفحة الرابعة فقط

في عملية تعبئة لعلب الطماطم تضع الآلة الانتاجية في كل علبة 2 كغ، الوزن الذي تضعه الآلة متغير عشوائي يتبع قانون التوزيع الطبيعي. 1- إذا كانت النتائج السابقة لعمليات الانتاج تشير إلى أن الانحراف المعياري للوزن هو 0.2 وأن احتمال أن تتضمن علبة الطماطم أقل من 2 كغ هو 0.01، فماهو متوسط الوزن الذي تعمل الآلة وفقا له؟ 2- إذا قمنا بعملية تدقيق لعمل الآلة بهدف انتاج علبا أكثر تجانسا من حيث الوزن وذلك من خلال تخفيض الانحراف المعياري مع بقاء متوسط الوزن ثابت. فكم يجب أن تكون قيمة الانحراف المعياري بحيث نطمئن إلى أن احتمال أن تتضمن علبة أقل من 2 كغ من الطماطم هو 0.001؟

ملحوظة: يُعطى جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) وجدول توزيع ستيودنت (t) خلف ورقة الامتحان.

بالتوفيـق للجميع

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس احصاء3

	التمرين الاول (4ن)	النقاط
1	ايجاد قيمة الثابت K حتى يكون التوزيع المعطى توزيعا احتماليا مشتركا: حتى يكون التوزيع المعطى توزيعا احتماليا مشتركا يجب تحقق شرطان أساسيان هما: (1)الاحتمالات المشتركة بين المتغيرين **موجبة**(≥0) (2)ومجموعها يساوي الاحتمال الكلي **الواحد** ومنه K+0.125+0.25+0.125++0.125+0.25+0.125=1 => **K = 0**	1
2	ايجاد التوزيع الهامشي لكل من X و Y: X: 0, 1, ∑ ; $f(x_i)$: 0.5, 0.5, 1 Y: 0, 1, 2, 3, ∑ ; $g(y_j)$: 0.125, 0.375, 0.375, 0.125, 1	1
3	X و Y متغيران عشوائيان مستقلان؟ مع التعليل للإجابة على هذا السؤال نختار قيمة (لا على التعيين) لكل متغير X و Y من جدول التوزيع الاحتمالي المشترك ونتحقق من العلاقة الرياضية كالتالي: $P(X=0, Y=1) \overset{?}{=} P(X=0).P(Y=1)$ بالتعويض من جدول التوزيع الاحتمالي المشترك والتوزيع الهامشي للمتغيرين X و Y نجد: $0.125 = (0.5).(0.375) \Rightarrow \mathbf{0.125 \neq 0.1875}$ ومنه نستنتج أن المتغيران X و Y **غير مستقلان.**	1
4	حساب الاحتمالات: $P(X=0, Y=0) = \mathbf{0}$, $P(X>0, Y\leq 3) = 0.125+0.25+0.125+0 = \mathbf{0.5}$	1
	المجموع	4

Marginal tables:

X	0	1	∑
$f(x_i)$	0.5	0.5	1

Y	0	1	2	3	∑
$g(y_j)$	0.125	0.375	0.375	0.125	1

	التمرين الثاني (5ن)	النقاط
1	قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X: X متغير عشوائي يمثل عدد القطع غير الجيّدة المسحوبة في آن واحد يتبع قانون التوزيع فوق الهندسي لأن السحبات غير مستقلة (سحب دون إعادة).	1

2	احتمال الحصول على قطعتين غير جيّدتين هو: $P(x=2) = 12/364 = \mathbf{0.03}$ احتمال الحصول على قطعة غير جيّدة على الأقل هو: $P(x\geq1) = 1-P(x<1) = 1- 220/364 = \mathbf{0.396}$	2
3	عدد القطع التي يجب سحبها في آن واحد حتى يكون احتمال الحصول على الأقل على قطعة غير جيّدة يتجاوز المقدار 5/6: ليكن الحادث A الحصول على الأقل على قطعة غير جيّدة والحادث Â الحصول على n قطعة جيّدة حيث $n\leq12$ ومنه $P(A) > 5/6 \Rightarrow 1-P(\hat{A})>5/6 \Rightarrow P(\hat{A})<1/6 \Rightarrow C^n_{12}/C^n_{14}<1/6 \Rightarrow$ $\mathbf{3n^2-81n+455 < 0}$ هي متراجحة من الدرجة الثانية نبحث عن حل لها، حيث نجد: $\mathbf{n_1=7.97}$ **et** $\mathbf{n_2=19.03}$ وبالتالي عدد القطع التي يجب سحبها يكون محصورا بين القيمتين n_1 و n_2 **بمعنى n على الأقل يساوي 8 قطع.**	2
	المجموع	5
	التمرين الثالث (5ن)	النقاط
1	قانون التوزيع الاحتمالي الأصلي للمتغير العشوائي X: X متغير عشوائي متقطع يمثل عدد الأجوبة الصحيحة، يتبع قانون التوزيع الثنائي المعرّف عند المعلمتين n و P حيث $n= 300$ و $P= 1/4$ والمعطى بالعلاقة التالية: $P(X=k) = C^k_{300}\,(1/4)^k(3/4)^{300-k} \qquad 0\leq k\leq300$	1.5
2	يمكن تقريب هذا القانون إلى قانون آخر؟ مع التعليل نعم يمكن تقريب قانون التوزيع الثنائي إلى قانون التوزيع الطبيعي المعرف عند المعلمتين $\bar{X}$ و δ لأن حجم العينة كبير $(n\geq30)$ و P صغير $(0.9>P>0.1)$ حيث أن $n.P>5$ ومنه: $\bar{X}= E(X) = n.P= 300(1/4) = 75$ $V(X) = n.P.q= 300(1/4)(3/4)= 56.25 \Rightarrow \delta(X) = 7.5$	1.5
3	حساب الاحتمالات: **1)** $P(X=78)= P(77<X\leq78)= P(77.5<X\leq78.5)= P(0.33<Z\leq0.47)=$ $\phi(0.47)-\phi(0.33)= 0.6808-0.6293= \mathbf{0.0515}$ **2)** $P(72\leq X\leq100)= P(71.5\leq X\leq100.5)= P(-0.47<Z\leq3.4)=$ $\phi(3.4)-\phi(-0.47)= \phi(3.4)-1+\phi(0.47)= 0.9997-1+0.6808= \mathbf{0.6805}$	2
	المجموع	5

النقاط	التمرين الرابع **(6ن)**	
3	حساب $\bar{X}$ متوسط الوزن الذي تعمل الآلة وفقا له: لدينا حسب المعطيات: $P(X<2)= 0.01 \iff P(Z<2-\bar{X}/0.2)= 0.01 \iff \phi(2-\bar{X}/0.2)= 0.01\mathbf{<0.5}$ بما أن 0.01 أقل من 0.5 وهي غير موجودة في جدول Z معناه أن المقدار $\mathbf{(2-\bar{X}/0.2)}$ **سالب** ومنه $1-\phi(2-\bar{X}/0.2)= 0.01 \iff \phi(2-\bar{X}/0.2)= 0.99.....(1)$ ولدينا من خلال جدول Z: $\phi(2.33)= 0.99........(2)$ بمطابقة (1) مع (2) نجد: $-(2-\bar{X}/0.2) = 2.33 \iff \mathbf{\bar{X} = 2.466= 2.47}$	1
3	حساب δ قيمة الانحراف المعياري بحيث نطمئن إلى أن احتمال أن تتضمن علبة أقل من 2 كغ من الطماطم هو 0.001: لدينا حسب المعطيات: $P(X<2)= 0.001 \iff P(Z<2-2.466/\delta)= 0.001 \iff \phi(-0.466/\delta)= 0.001 \iff$ $1-\phi(0.466/\delta)= 0.001 \iff \phi(0.466/\delta)= 0.999........(1)$ ولدينا من خلال جدول Z: $\phi(3.08)= 0.999........(2)$ بمطابقة (1) مع (2) نجد: $0.466/\delta = 3.08 \iff \mathbf{\delta = 0.15}$	2
6	المجموع	