

امتحان في مقياس تحليل البيانات يوم: 2025/05/10

التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1- ما هو الفرق بين المصفوفة الممركزة والمصفوفة المعيارية؟ وما هو الهدف من كل مصفوفة؟
- 2- متى يمكن التحليل باستخدام طريقة $ACP normée$ وطريقة $ACP non-normée$ ؟
- 3- ما الهدف من التوحيد المعياري في التحليل بالمركبات الرئيسية ACP ؟

التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن لديك التطبيقات التالية:

$$A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 2y \\ x - z \end{pmatrix}$$
$$B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy \\ 2x + z \\ y + z \end{pmatrix}$$
$$A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 2y - 1 \\ x + z \end{pmatrix}$$
$$F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; F = (x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x + y \\ y + z \\ x - 2y \end{pmatrix}$$

- تحقق من أن هذه التطبيقات خطية أم لا؟

التمرين الثالث: (08 نقاط)

يمثل الجدول التالي علامات أربع (4) طلبة موزعة على ثلاث (3) مقاييس كما يلي:

المطلوب:

	اقتصاد قياسي	بحوث العمليات	تحليل البيانات
جمانة	10	06	08
وائل	06	11	10
فاطمة	12	13	08
أشرف	12	10	14

1- تشكيل مصفوفة البيانات وحساب مركز ثقلها؛

2- حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك؛

3- أحسب القيم الذاتية والأشعة الذاتية المقابلة لها؛

4- انشئ جدول القيم الذاتية وبين موثوقية المركبات

الرئيسية المتحصل عليها.

بالتوفيق للجميع



الاجابة النموذجية لامتحان مقياس تحليل البيانات

إجابة التمرين الأول: (06 نقاط)

العلامة	الجواب
02 ن	1- تعتبر كل من المصفوفة المركزة والمصفوفة المعيارية خطوة مهمة في تطبيق التحليل بالمركبات الأساسية ACP؛ حيث يتم حساب عناصر المصفوفة X_c بطرح المتوسط الحسابي لكل متغير من بيانات المصفوفة الأصلية، بينما المصفوفة المعيارية فيتم حساب عناصرها من خلال حاصل قسمة بيانات المصفوفة المركزة على الانحراف المعياري σ_{xi} لكل متغير. إذن المصفوفة المركزة X_c هي خطوة سابقة للمصفوفة المعيارية X_{cr} في حالة التوحيد المعياري. - الهدف من المصفوفة المركزة هو تركيز البيانات حول الصفر لتقليل التداخل بين المتغيرات، بينما الهدف من المصفوفة المعيارية هو توحيد وحدات القياس بين المتغيرات.
02 ن	2- نقوم بالتحليل بطريقة التحليل بالمركبات الأساسية المرجحة ACP normée عندما تكون البيانات غير متجانسة، حيث نعتمد على مصفوفة الارتباطات؛ وطريقة التحليل بالمركبات الأساسية البسيطة ACP non-normée عندما تكون البيانات متجانسة، حيث نعتمد على مصفوفة التباين والتباين المشترك.
02 ن	3- الهدف من التوحيد المعياري في التحليل بالمركبات الأساسية ACP : هو توحيد البيانات في حالة البيانات غير المتجانسة من حيث وحدات القياس، حيث تستخدم هذه الطريقة لتحويل كل متغير أين يصبح وسطه الحسابي يساوي 0 وانحرافه المعياري يساوي 1

إجابة التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن لديك التطبيقات التالية:

العلامة	الجواب
02 ن	✓ إثبات خطية التطبيق A $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 2y \\ x - z \end{pmatrix}$ حتى يكون A تطبيق خطي يجب التحقق مما إذا كانت تتحقق خصائص التحويل الخطي التالية: الشرط الأول: $A(\vec{u} + \vec{v}) = A(\vec{u}) + A(\vec{v})$ الشرط الثاني: $A(\lambda \vec{u}) = \lambda A(\vec{u})$ التحقق من الشرط الأول: $A(\vec{u}) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad A(\vec{v}) = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$

	$A(\vec{u} + \vec{v}) = \begin{pmatrix} (x + x') + (y + y') \\ 2(y + y') \\ (x + x') - (z + z') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 2y \\ x - z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' + y' \\ 2y' \\ x' - z' \end{pmatrix} = A(\vec{u}) + A(\vec{v})$ ومنه الشرط الأول محقق التحقق من الشرط الثاني: $A(\lambda \vec{u}) = \lambda A(\vec{u})$ $A(\lambda \vec{u}) = \begin{pmatrix} \lambda x + \lambda y \\ 2\lambda y \\ \lambda x - \lambda z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(x + y) \\ 2\lambda y \\ \lambda(x - z) \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x + y \\ 2y \\ x - z \end{pmatrix} = \lambda A(\vec{u})$ ومنه الشرط الثاني محقق، وبالتالي فالتطبيق A هو تطبيق خطي.
01 ن	✓ <u>إثبات خطية التطبيق B</u> $B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy \\ 2x + z \\ y + z \end{pmatrix}$ التطبيق B ليس خطي لأنه لا يحقق الشرط الأول بسبب المعادلة xy فهي غير خطية
01 ن	✓ <u>إثبات خطية التطبيق C</u> $C: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; C \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ 2y - 1 \\ x + z \end{pmatrix}$ التطبيق C ليس خطي لأنه لا يحقق الشرط الأول بسبب الحد الثابت في المعادلة $(2y - 1)$
02 ن	✓ <u>إثبات خطية التطبيق F</u> $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; F \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ y + z \\ x - 2y \end{pmatrix}$ حتى يكون F تطبيق خطي يجب التحقق مما إذا كانت تتحقق خصائص التحويل الخطي التالية: التحقق من الشرط الأول : $F(\vec{u} + \vec{v}) = \begin{pmatrix} 2(x + x') + (y + y') \\ (y + y') + (z + z') \\ (x + x') - 2(y + y') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ y + z \\ x - 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2x' + y' \\ y' + z' \\ x' - 2y' \end{pmatrix} = F(\vec{u}) + F(\vec{v})$ ومنه الشرط الأول محقق التحقق من الشرط الثاني: $F(\lambda \vec{u}) = \lambda F(\vec{u})$ $F(\lambda \vec{u}) = \begin{pmatrix} 2\lambda x + \lambda y \\ \lambda y + \lambda z \\ \lambda x - 2\lambda y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(2x + y) \\ \lambda(y + z) \\ \lambda(x - 2y) \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2x + y \\ y + z \\ x - 2y \end{pmatrix} = \lambda F(\vec{u})$ ومنه الشرط الثاني محقق، وبالتالي فالتطبيق F هو تطبيق خطي.

العلامة	الجواب
01 ن	5- تشكيل مصفوفة البيانات وحساب مركز ثقلها: $A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 6 & 11 & 10 \\ 12 & 13 & 8 \\ 12 & 10 & 14 \end{pmatrix}$ مركز ثقل المصفوفة: $\bar{Z} = 10, \quad \bar{Y} = 10, \quad \bar{X} = 10$ $G = \{10; 10; 10\}$
0,5 ن	6- حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك: - حساب المصفوفة الممركزة: $X_c = \begin{pmatrix} 10-10 & 6-10 & 8-10 \\ 6-10 & 11-10 & 10-10 \\ 12-10 & 13-10 & 8-10 \\ 12-10 & 10-10 & 14-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -2 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك:
01 ن	$V = X_c X_c^t P_n$ $V = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & -4 & -2 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 & 2 \\ -4 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 6,5 & 0,5 \\ 1 & 0,5 & 6 \end{pmatrix}$
01 ن	1- أحسب القيم الذاتية والأشعة الذاتية المقابلة لها: $P(\lambda) = \left \begin{pmatrix} 6 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 6,5 & 0,5 \\ 1 & 0,5 & 6 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right $ $P(\lambda) = \begin{vmatrix} 6-\lambda & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 6,5-\lambda & 0,5 \\ 1 & 0,5 & 6-\lambda \end{vmatrix} = (6-\lambda)(\lambda^2 - 12,5\lambda + 37,5)$ $\lambda_1 = 7,5, \quad \lambda_2 = 6, \quad \lambda_3 = 5$ إذن مصفوفة القيم الذاتية هي: $\lambda = \begin{pmatrix} 7,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ <u>إيجاد الأشعة الذاتية:</u> $\lambda_1 = 7,5 : \mu$ $\lambda_2 = 6 : \mu$ $\lambda_3 = 5 : \mu$
0,75 ن	$\vec{U}_1 = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \ \vec{U}_1\ = \sqrt{3} \quad \vec{U}_1 = \begin{pmatrix} 0,577 \\ 0,577 \\ 0,577 \end{pmatrix}$
0,75 ن	$\vec{U}_2 = y \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ -0,5 \end{pmatrix} \quad \ \vec{U}_2\ = \sqrt{1,5} \quad \vec{U}_2 = \begin{pmatrix} -0,408 \\ 0,816 \\ 0,408 \end{pmatrix}$

0,75ن	$\vec{U}_3 = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \ \vec{U}_3\ = \sqrt{2} \qquad \vec{U}_3 = \begin{pmatrix} 0,707 \\ 0 \\ -0,707 \end{pmatrix}$																				
01ن	-2- انشئ جدول القيم الذاتية وبين موثوقية المركبات الرئيسية المتحصل عليها. <table><tr><th>المجموع</th><th>F_1</th><th>F_2</th><th>F_3</th><th></th></tr><tr><td>$\sum \lambda = 18,5$</td><td>$\lambda_1 = 7,5$</td><td>$\lambda_2 = 6$</td><td>$\lambda_3 = 5$</td><td>القيم الذاتية</td></tr><tr><td>1</td><td>40</td><td>32</td><td>28</td><td>النسبة المئوية</td></tr><tr><td>/</td><td>40</td><td>72</td><td>100</td><td>النسبة المئوية التراكمية</td></tr></table>	المجموع	F_1	F_2	F_3		$\sum \lambda = 18,5$	$\lambda_1 = 7,5$	$\lambda_2 = 6$	$\lambda_3 = 5$	القيم الذاتية	1	40	32	28	النسبة المئوية	/	40	72	100	النسبة المئوية التراكمية
المجموع	F_1	F_2	F_3																		
$\sum \lambda = 18,5$	$\lambda_1 = 7,5$	$\lambda_2 = 6$	$\lambda_3 = 5$	القيم الذاتية																	
1	40	32	28	النسبة المئوية																	
/	40	72	100	النسبة المئوية التراكمية																	
0,25ن	موثوقية المركبات الرئيسية المتحصل عليها: من خلال جدول القيم الذاتية يتضح أن المركبة الأساسية الأولى F1 تمثل حوالي 40% من قيمة التباين الكلي. بالإضافة إلى أن نسبة التمثيل الخاصة بالمحور F2، تمثل 32% من قيمة التباين الكلي. نسبة تمثيل F3 هي 28% على التوالي. ومنه نستنتج أن عدد المركبات الأساسية F1 وF2 والتي تمثل نسبة 72% من التمثيل الكلي وهي نسبة جيدة وكافية.																				