جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2024 – 2025
المستوى: سنة اولى
يوم : 2025/05/05 (ساعة و نصف)

امتحان عادي في مادة الرياضيات 2- فئة التاخير

التمرين الأول: (04 نقاط)

اوجد حلول المعادلات التفاضلية التالية :

ا) $y' = x^2 y$

ب) $3y'' + y' - 2y = 0$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

لتكن الدالة ذات متغيرين حقيقين :

$$f(x,y) = x^3y^2 + x^2 + y^2 + xy$$

1) احسب القيم التالية : $f(1,-1),\ f(0,3), f(0,0), f(\frac{1}{2},1)$.
2) اوجد ميدان تعريف الدالة.
3) اوجد المشتقات الجزئية من الرتبة الاولى و الرتبة الثانية للدالة .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

لتكن المصفوفة التالية :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} ,$$

1) احسب : $A^t,\ 2A,\ \ tr(A),\ \det(A)$.
2) احسب : $A - 3I_2$, حيث $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ هي مصفوفة الوحدة.
3) احسب مقلوب المصفوفة A .

التمرين الرابع : (05 نقاط)

لتكن جملة المعادلات التالية :

$$\begin{cases} 2x + ry = 3 \\ x - ry = -1 \end{cases}$$

حيث r هو عدد حقيقي ثابت.

1) اكتب الشكل المصفوفي للجملة.
2) اوجد قيم r حتى تكون الجملة قابلة للحل بطريقة كرامر.
3) نضع $r = 3$ اوجد في هذه الحالة حلول الجملة بطريقة كرامر الاولى .

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) المعادلة التفاضلية من الرتبة الاولى قابلة للفصل و منه

$$y' = x^2y \leftrightarrow \frac{dy}{y} = x^2dx \leftrightarrow \int \frac{dy}{y} = \int x^2dx$$ ....(1 ن)

$$\leftrightarrow ln(y) = \frac{1}{3}x^3 + c \leftrightarrow e^{ln(y)} = e^{\frac{1}{3}x^3+c}$$ .... (0.5 ن)

$$\leftrightarrow y = ke^{\frac{1}{3}x^3}.$$ .... (0.5 ن).

2) $3y'' + y' - 2y = 0$

المعادلة تفاضلية من الرتبة الثانية متجانسة شكلها العام

$$ay'' + by' + cy = 0$$

المعادلة المميزة له هي

$$3r^2 + r - 2 = 0$$ .... (1 ن)

حيث المميز لا يساوي الصفر فان المعادلة تقبل حلين مختلفين و منه فان

$$y_h = c_1e^{\frac{2}{3}x} + c_2e^{-x}$$ .... (1 ن)

التمرين الثاني : (06 نقاط)

$$f(x, y) = x^3y^2 + x^2+y^2 + xy$$

1) $f(1, -1) = 2,\ f(0, 3) = 9,\ f(0, 0) = 0,\ f\left(\frac{1}{2}, 1\right) = \frac{15}{8}$ .... (3 ن)

2) بما ان الدالة f عبارة عن متعدد حدود فان

$Df = IR^2$ .... (0.5 ن)

- $f'_x = 3x^2y^2 + 2x + y$ .... (0.2 5 ن)
- $f'_y = 2x^3y + 2y + x$ .... (0. 25 ن)
- $f''_{xx} = 6xy^2 + 2$ .... (0. 5 ن)
- $f''_{xy} = 6x^2y + 1$ .... (0. 5 ن)
- $f''_{yy} = 2x^3 + 2$ .... (0. 5 ن)
- $f''_{yx} = 6x^2y + 1$ .... (0. 5)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) احسب : . $\det(\boldsymbol{A})$, $\boldsymbol{tr}(\boldsymbol{A})$, $\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{B^t}$, $\boldsymbol{A^t}$.

- $A^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$............................ (1 ن).
- $\boldsymbol{2A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-2} & \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{4} & \boldsymbol{0} \end{pmatrix}$............................ (1 ن).
- $Tr(A) = -1$................................ (1 ن).
- $\det(A) = -2$................................ (1 ن).

2)

- $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{3I_2} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-4} & \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{2} & \boldsymbol{-3} \end{pmatrix}$............................ (0.5 ن).

3) لدينا

$$\det(\boldsymbol{A}) = -2 \neq 0$$

و منه فان $\boldsymbol{A}$ قابلة للقلب حيث

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} C^t, C = (-1)^{i+j} \det B_{ij} \text{ .... } (\mathbf{0.5} \text{ ن})$$

$$C = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-2} \\ \boldsymbol{-1} & \boldsymbol{-1} \end{pmatrix} \rightarrow \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\frac{1}{2}} \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

التمرين الرابع : (05 نقاط)

1) الشكل المصفوفي هو $AX = B$ حيث

$$A = \begin{pmatrix} \boldsymbol{2} & \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{-r} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ ... (01 ن).}$$

2) لدينا n= m=2 و

$$det(A) = -3r \neq 0 \rightarrow r \neq 0 \text{ .... (1 ن).}$$

3) نضع $\boldsymbol{r = 3}$

$$A = \begin{pmatrix} \boldsymbol{2} & \boldsymbol{3} \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{-3} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ ... (01 ن).}$$

$$x_j = \frac{\det(A_j)}{\det(A)}$$

$$x = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-3} \end{vmatrix}}{\det(A)} = \frac{2}{3};$$ ... ... (1 ن)

$$y = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{vmatrix}}{\det(A)} = \frac{5}{9}$$.......... (1 ن);