جامعة العربي بن مهيدي-أم البواقي
قسم العلوم الاقتصادية
الساعة:.13:00_14:30

السنة الثانية علوم اقتصادية
السنة الجامعية: 2024-2025
يوم: 12-05-2025

الامتحان العادي في مقياس إحصاء 4

التمرين الأول :1-تسعى إحدى شركات المستحضرات التجميلية إلى تطوير تقنية جديدة لتعبئة عبوات كريم العناية بالبشرة بسعة **32.1** جرام. بعد تطبيق النظام الجديد، تم فحص عينة من 4 عبوات، فتبين أن متوسط وزن المحتوى أقل من **32** جرام. ما احتمال حدوث ذلك وفق التوزيع الطبيعي إذا كان الانحراف المعياري **0.2** جرام؟

2- في دراسة حديثة حول فعالية أجهزة تنقية الهواء، وُجد أن **35%** من الأجهزة التقليدية لم تنجح في إزالة الجسيمات الدقيقة بالشكل المطلوب. بعد إدخال تحسينات تقنية على الفلاتر، تم اختبار عينة عشوائية مكونة من **200** جهاز جديد من أصل **350** جهاز مطور، فما احتمال أن يكون **40%** أو أكثر منها غير فعالة بنفس مستوى الأجهزة التقليدية؟

التمرين الثاني: تم إجراء دراسة حول تأثير المستوى التعليمي على استخدام التقنيات الحديثة في العمل، حيث تم اختيار عينة عشوائية من **500** شخص. من بينهم، **220** شخصًا حاصلون على شهادة المتوسط، بينما **280** شخصًا حاصلون على شهادة جامعية. عند سؤالهم عن مدى استخدامهم للبرامج والتطبيقات الرقمية لتسهيل مهامهم اليومية، أجاب **44** شخصًا من المجموعة الأولى و **150** شخصًا من المجموعة الثانية بأنهم يعتمدون بشكل أساسي على هذه التقنيات في عملهم .بناءً على هذه البيانات، احسب **فترة الثقة 95 %** لتقدير الفرق بين نسبتي المجتمعين.

التمرين الثالث: تعتقد إحدى شركات النقل أن متوسط إيراداتها الشهرية من خدمات الشحن قد ارتفع خلال الفترة الأخيرة. للتحقق من ذلك، تم اختيار **100** سجل عشوائي من قاعدة بيانات العملاء، ووجد أن متوسط الرسوم الشهرية المدفوعة عن خدمات الشحن بلغ **25,10** دينار. تُشير البيانات السابقة للشركة إلى أن متوسط الرسوم الشهرية كان **20,10** دينار، مع تباين مقداره **450** دينار .باستخدام مستوى معنوية **1%**، هل يمكن تأكيد صحة هذا الاعتقاد إحصائيًا؟

التمرين الرابع: ادّعت إدارة أحد المطارات أن متوسط مدة انتظار الركاب عند نقطة الفحص الأمني أقل من **20** دقيقة. تم اختيار عينة عشوائية من **24** راكبًا، وتبين أن متوسط وقت الانتظار لديهم **22** دقيقة مع تباين قدره **100** دقيقة. إذا كان التوزيع طبيعيًا، اختبر صحة ادعاء الإدارة عند مستوى معنوية .**0.01**

التمرين الخامس: تم إجراء اختبار معياري لتقييم مستوى الدقة في إنجاز المهام تحت الضغط، حيث طُبق على عينتين عشوائيتين من العاملين في قطاع معين. تضمنت العينة الأولى**16** موظفًا يعانون من ضغط عمل مرتفع، وكان متوسط درجاتهم في الاختبار **22.5** بانحراف معياري **4.1**، بينما شملت العينة الثانية **21** موظفًا يعملون في بيئة أقل ضغطًا، وبلغ متوسط درجاتهم **26.9** بانحراف معياري **3.2** بناءً على هذه البيانات، هل يمكن الاستنتاج بأن الموظفين الذين يعملون تحت ضغط مرتفع يؤدون المهام بدقة أقل مقارنةً بمن يعملون في بيئة أقل ضغطًا، عند مستوى معنوية **5%**، وذلك بافتراض أن التوزيع في كلا المجتمعين طبيعي؟

الأستاذة: شيروف فضيلة تتمنى لكم التوفيق

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0190	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2969	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3513	0.3554	0.3577	0.3529	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	0.000	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
80	0.000	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	0.000	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
1000	0.000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300
z	0.000	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291
	0%	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99.8%	99.9%
	Confidence Level										

الحل النموذجي لمقياس إحصاء 4 للدورة العادية

التمرين الأول:

1- المجتمع غير معلوم التوزيع

$$N = ?$$
$$n = 4$$

$$U_{X_i} = 32.1\ g$$

$$\delta_{X_i} = 0.2g$$

- **حساب احتمال أن يكون متوسط أوزان العلب الأربعة أقل من 32:**

$$P(\overline{X_i} \leq 32) = ?$$

حسب نظرية النهاية المركزية: ما دام المجتمع موزع طبيعيا فإن المتغير العشوائي $\overline{X_i}$ يتبع توزيع طبيعي ومنه:

$$\overline{X_i} \sim Z = \frac{\overline{X}_i - U_{\overline{Xi}}}{\delta_{\overline{Xi}}}$$

$$P(\overline{X_i} \leq 32) = P\left(Z \leq \frac{32 - U_{\overline{Xi}}}{\delta_{\overline{Xi}}}\right)$$

حسب نظرية المعاينة المتوسطات فإن:

- **متوسط المعاينة:**

$$U_{\overline{X_i}} = U_{Xi} = 32.1$$

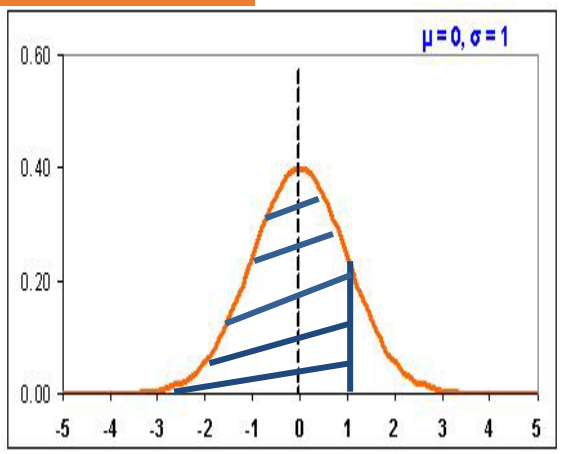
- أما **الانحراف المعياري للمعاينة**:
- نفرض أولا النسبة $\frac{n}{N} < 0,05$ ولا نستخدم معامل التصحيح ومنه:

$$\boldsymbol{\delta_{\overline{X_i}}} = \frac{\boldsymbol{\delta_X}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{0.2}{\sqrt{4}} = 0,1$$

$$P\left(Z \leq \left(\frac{32.1 - 32}{0,1}\right)\right) = P(Z \leq 1)$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد :

$$P\ (Z = \ 1,72) = 0,3413$$



$$P(Z \leq 1) = 0,5 + P(Z = 1)$$

$$= 0,5 + 0,3413$$

$$P(Z \leq 1) = 0,8413$$

2- الحل: المعطيات

$$N = 350$$

$$n = 200$$

$$P = U_P = 0,35$$

P: م.ع يمثل نسبة الأجهزة التقليدية لم تنجح في إزالة الجسيمات الدقيقة بالشكل المطلوب

$$q = 1 - P\ = 1 - 0,35 = 0,65$$

- **حساب نسبة المعاينة والانحراف المعياري:**

حسب نظرية المعاينة للنسب

$$U_{P'} = P = 0,35$$

أولا نقوم بحساب النسبة $\frac{n}{N}$

$$\frac{n}{N} = \frac{200}{350} = 0,57\ > 0,05$$

نستخدم معامل تصحيح

$$\delta_{P'} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$\delta_{P'} = \sqrt{\frac{0{,}35.0{,}65}{200}}\sqrt{\frac{350-200}{350-1}} = \mathbf{0,022}$$

- **حساب** احتمال أن يكون **40%** أو أكثر منها غير فعالة بنفس مستوى الأجهزة التقليدية

- $P(P' \geq 40) = ?$

ما دام المجتمع موزعا طبيعيا فإنه يمكن تحويل النسبة p' إلى قيمة معيارية Z :

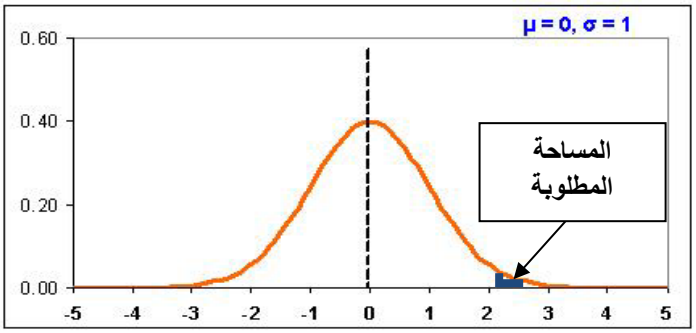
$$P' \sim Z = \frac{P' - \cup_{P'}}{\delta_{P'}}$$

$$P(P' \geq 0{,}38) = P(\geq \frac{0{,}40-0{,}35}{0{,}022})$$

$$P(Z \geq 2{,}27) = ?$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد:

$$P(Z = 2{,}27) = 0{,}4884$$



ومنه:

$$\mathrm{P(P' \geq 2{,}27) = 0{,}5 - P(Z = 2{,}27)}$$

$$\mathrm{P(P' \geq 2{,}27) = 0{,}5 - 0{,}4884 = 0{,}0116}$$

التمرين الثاني:

أشخاص مستواهم شهادة متوسط	أشخاص مستواهم شهادة جامعية
$n_2 = 220$	$n_1 = 280$
$P_2 = \frac{44}{220} = 0{,}2$	$P_1 = \frac{150}{280} = 0{,}53$
$q_2 = 0{,}8$	$q_1 = 0{,}47$

$$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

- **تقدير الفرق بين نسبتي المجتمعين:**

$$\hat{\cup}_{P_1-P_2} = \cup_{P'_1-P'_2} \mp d$$

$$d = Z_{\frac{\alpha}{2}} * \delta_{P'_1-P'_2}$$

حسب نظرية المعاينة للفروق للنسب بين مجتمعين:

$$\cup_{P'_1-P'_2} = \cup_{P'_1} - \cup_{P'_2} = P_1 - P_2$$

$$\cup_{P'_1-P'_2} = 0{,}53 - 0{,}2 = 0{,}33$$

$$\delta_{P'_1-P'_2} = \sqrt{\frac{P_1 q_1}{n_1} + \frac{P_2 q_2}{n_2}} =$$

$$\sqrt{\frac{(0{,}53*0{,}47)}{280} + \frac{(0{,}2*0{,}8)}{220}} = 0{,}040$$

من جداول توزيع الطبيعي:

$$\boldsymbol{d = 1{,}96 * 0{,}04 = 0{,}0784}$$

$$\hat{\cup}_{P_1-P_2} = 0{,}25 \mp 0{,}0784$$

$$p(0{,}33 - 0{,}0784 \leq \cup_{P_1-P_2} \leq 0{,}33 + 0{,}0784) = 0.95$$

$$\boldsymbol{p(0{,}2516 \leq \cup_{P_1-P_2} \leq 0{,}4084) = 0{,}95}$$

التمرين الثالث:

$$\boldsymbol{U_1 = 20{,}10 \quad U_{\bar{x}} = 25{,}10}$$

$$n = 100$$

$$\delta_X = \sqrt{450} = 21{,}21$$

1- صياغة الفرضية: (أحادية من اليسار)

- $H_0 : U_x = 20$
- $H_1 : U_x < 20$

2- قاعدة القرار:

$R\ H_0 : t_{cal} < -t_{tab}$

$A\ H_0 : t_{cal} > -t_{tab}$

3- ايجاد القيمة الحسابية:

- $t_{cal} = \frac{Ux - U0}{\delta x}$
- $\delta_X = S/\sqrt{n}$
- $\delta_X = 10/\sqrt{24}$
- $\delta_X = 2.04$

$$t_{cal} = \frac{22 - 20}{2.04}$$

$$t_{cal} = 0.98$$

4- ايجاد القيمة الجدولية:

من جداول توزيع ستيودنت نجد:

$$t_{tab} = t_{(v;\alpha)} = t_{(23;0.01)} = -2.807$$

5- اتخاذ القرار:

بما أن قيمة t_{cal} المحسوبة البالغة **0.98** أكبر من قيمتها الجدولية t_{tab} فاننا نقبل H_0 ونرفض H_1 عند معنوية 0,01 القائلة بأن متوسط وقت انتظار الركاب في المطار لا يقل عن 20 دقيقة أي **($U_x = 20$)**

1- صياغة الفرضية (أحادية من اليمين)

$$H_0: U_{\overline{X}} = U_0$$

$$H_1: U_{\overline{X}} > U_0$$

بما أن المجتمع غير معلوم التوزيع، و $n > 30$، و δ_x^2 للمجتمع معلوم، فإننا نتبع التوزيع الطبيعي

2- قاعدة القرار

$$R\ H_0: Z_{cal} > Z_{tab}$$

$$A\ H_0: Z_{cal} < Z_{tab}$$

3- إيجاد القيمة الجدولية:

$$Z_{tab} = Z_{0,90} = 1,64$$

4- حساب القيمة الحسابية:

$$Z_{cal} = \frac{U_{\overline{X}} - U_0}{\delta_{\overline{X}}} =$$

$$\frac{25,10 - 20,10}{21,21\sqrt{100}} = 2357$$

5- اتخاذ القرار: بما أن z_{cal} أكبر من z_{tab} فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرض البديل القائل بأن إيراداتها الشهرية من خدمات الشحن قد ارتفع خلال الفترة الأخيرة

التمرين الرابع

$S^2 = 100$; $U_x = 22$; $U_0 = 20$; $n = 24$; $\alpha = 0.01$

الشروط: بما أن المجتمع موزع طبيعيا وδ^2_X مجهولة عوضت ب S^2 و n أقل من 30 فان التوزيع يتبع توزيع ستيودنت

التمرين الخامس:

الموظفين لايعملون تحت الضغط	الموظفين يعملون تحت الضغط
$n_2 = 21$	$n_1 = 16$
$U_{X_2} = 26{,}9$	$U_{X_1} = 22,5$
$S_2 = 3{,}2$	$S_1 = 4,1$

$$c = 95\% \rightarrow \alpha = 5\%$$

بما أن المجتمعين موزعين طبيعيا، n_1 وn_2 أقل من 30، δ_{x1}^2وδ_{x2}^2 غير معلومين يعوضان بـ S_1 وS_2

فإن التوزيع يتبع توزيع ستيودنت.

1) صياغة الفرضية: (أحادية من اليسار)

$$H_0: U_{\bar{x}_1} = u_{\bar{x}_2}$$

$$H_0: U_{\bar{x}_1} < u_{\bar{x}_2}$$

2) قاعدة قرار:

$$R\ H_0: T_{cal} < -T_{tab}$$

$$A\ H_0: T_{cal} > -T_{tab}$$

3) إيجاد قيمة T الجدولية:

$$V = n_1 + n_2 - k \rightarrow 16 + 21 - 2 = 35$$

$$T_{(V.\alpha)} = T_{(35;0,05)} = T_{(40;0,05)} = 2{,}021$$

4) حساب القيمة المعيارية:

$$T_{cal} = \frac{U_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} - 0}{\delta_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}}$$

حسب نظرية المعاينة للفروق بين المتوسطات:

$$U_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = U_{\bar{X}_1} - U_{\bar{X}_2} = 22,5 - 26,9$$

$$U_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = -4,4$$

$$\delta_P = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$\delta_{\bar{x}} = \delta_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\delta_{\bar{x}} = 3,61\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{21}} = 1.197$$

$$t_{Cal} = \frac{-4.4 - 0}{1.197} = -3,67$$

5) اتخاذ القرار:

بما أن قيمة t_{cal} المحسوبة البالغة **3.67-** أقل . من قيمتها الجدولية t_{tab} = -2,021 فاننا نرفض H_0 ونقبل H_1 عند معنوية 0,01, القائلة بأن بأن الموظفين الذين يعملون تحت ضغط مرتفع يؤدون المهام بدقة أقل مقارنةً بمن يعملون في بيئة أقل ضغطًا، عند مستوى معنوية **5%**،