جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

السنة الجامعية: 2024 – 2025
المستوى: أولى ماستر
التخصص: اقتصاد كمي
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2025/5/14

امتحان الدورة العادية في مقياس اقتصاد قياسي مالي

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. في جدول، صنف العمليات التالية إلى غير خطية في المتوسط وغير خطية في التباين، مع تحديد الدالة $g(\cdot)$ والدالة $h(\cdot)$ لكل عملية:

1/ $$Y_t = (\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-3})^2 + \varepsilon_t$$

2/ $$Y_t = \frac{1}{12}\sqrt{\varepsilon_{t-2}^2} + \frac{1}{17}\varepsilon_t\sqrt{\varepsilon_{t-2}^2}$$

3/ $$Y_t = 0.75\varepsilon_{t-1} + 0.24\varepsilon_{t-2} + 0.33\varepsilon_t\varepsilon_{t-1}$$

2. أكتب صيغة نموذج BL(2,2,1,3).

التمرين الثاني: (08 نقاط)

إذا كان لديك نموذج GARCH(2,3) كما يلي:

$$Y_t = \varepsilon_t\sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = 0.578 + 0.017Y_{t-1}^2 + 0.021Y_{t-2}^2 + 0.721\sigma_{t-1}^2 + 0.117\sigma_{t-2}^2 + 0.083\sigma_{t-3}^2$$

حيث $\varepsilon_t \overset{i.i.d}{\sim} N(0,1)$.

1. اشرح كيف يسمح هذا النموذج بتجميع التقلبات.
2. أثبت أن السلسلة Y_t^2 في هذا النموذج تخضع لعملية ARMA(3,3) مع بواقي v_t، حيث:

$$v_{t-i} = Y_{t-i}^2 - \sigma_{t-i}^2, \quad i = 0,1,2,3$$

ماذا تستنتج؟

3. أوجد المتوسط الشرطي والتباين الشرطي لـ Y_t.
4. برهن أن هذا النموذج يسمح بنمذجة الخاصية 1 والخاصية 2 التي تتميز بها البيانات المالية.

ملاحظة: يتم أخذ ثلاث أرقام بعد الفاصلة دون تقريب

التمرين الثالث: (08 نقاط)

قمنا بتقدير سلسلة بيانات العوائد اليومية لسهم شركة معينة مدرجة في البورصة خلال الفترة: من 2012/4/1 إلى 2025/5/4، باستخدام أنواع مختلفة من نماذج ARCH وGARCH فتحصلنا على النتائج التالية:

النموذج 1

Dependent Variable: R
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 05/13/25 Time: 23:19
Sample (adjusted): 4/03/2012 5/04/2025
Included observations: 4780 after adjustments
Convergence achieved after 26 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
MA Backcast: 4/02/2012
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.177222	0.040202	4.408290	0.0000
AR(1)	0.259736	0.069896	3.716036	0.0002
AR(2)	0.423171	0.051413	8.230831	0.0000
MA(1)	0.387226	0.075622	5.120526	0.0000
Variance Equation				
C	0.366991	0.009729	37.72280	0.0000
RESID(-1)^2	0.130043	0.021038	6.181224	0.0000

R-squared	0.563568	Mean dependent var	0.179422
Adjusted R-squared	0.563294	S.D. dependent var	0.982551
S.E. of regression	0.649306	Akaike info criterion	1.962902
Sum squared resid	2013.556	Schwarz criterion	1.971027
Log likelihood	-4685.337	Hannan-Quinn criter.	1.965756
Durbin-Watson stat	2.011776		

النموذج 2

Dependent Variable: R
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 05/13/25 Time: 23:21
Sample (adjusted): 4/03/2012 5/04/2025
Included observations: 4780 after adjustments
Convergence achieved after 37 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
MA Backcast: 4/02/2012
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*RESID(-2)^2 + C(8)*RESID(-3)^2 + C(9)*RESID(-4)^2

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.184535	0.038561	4.785517	0.0000
AR(1)	0.273720	0.071425	3.832263	0.0001
AR(2)	0.416070	0.052601	7.909922	0.0000
MA(1)	0.361094	0.076291	4.733127	0.0000
Variance Equation				
C	0.269691	0.012324	21.88255	0.0000
RESID(-1)^2	0.092936	0.020393	4.557360	0.0000
RESID(-2)^2	0.085228	0.017796	4.789091	0.0000
RESID(-3)^2	0.080003	0.018409	4.345756	0.0000
RESID(-4)^2	0.103978	0.019372	5.367435	0.0000

R-squared	0.563537	Mean dependent var	0.179422
Adjusted R-squared	0.563263	S.D. dependent var	0.982551
S.E. of regression	0.649329	Akaike info criterion	1.940931
Sum squared resid	2013.699	Schwarz criterion	1.953117
Log likelihood	-4629.825	Hannan-Quinn criter.	1.945212
Durbin-Watson stat	1.987778		

النموذج 3

Dependent Variable: R
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 05/13/25 Time: 23:23
Sample (adjusted): 4/03/2012 5/04/2025
Included observations: 4780 after adjustments
Convergence achieved after 102 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
MA Backcast: 4/02/2012
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*RESID(-2)^2 + C(8)*GARCH(-1) + C(9)*GARCH(-2)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.172168	0.037278	4.618521	0.0000
AR(1)	0.304297	0.078123	3.895098	0.0001
AR(2)	0.388836	0.056822	6.843034	0.0000
MA(1)	0.329097	0.082529	3.987625	0.0001
Variance Equation				
C	0.003087	0.002048	1.507257	0.1317
RESID(-1)^2	0.053775	0.014564	3.692279	0.0002
RESID(-2)^2	-0.038139	0.022229	-1.715750	0.0862
GARCH(-1)	1.739549	0.132588	13.11998	0.0000
GARCH(-2)	-0.762376	0.117333	-6.497516	0.0000

R-squared	0.563507	Mean dependent var	0.179422
Adjusted R-squared	0.563233	S.D. dependent var	0.982551
S.E. of regression	0.649352	Akaike info criterion	1.914581
Sum squared resid	2013.839	Schwarz criterion	1.926767
Log likelihood	-4566.848	Hannan-Quinn criter.	1.918862
Durbin-Watson stat	1.985000		

النموذج 4

Dependent Variable: R
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 05/13/25 Time: 23:24
Sample (adjusted): 4/03/2012 5/04/2025
Included observations: 4780 after adjustments
Convergence achieved after 38 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
MA Backcast: 4/02/2012
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(5) + C(6)*RESID(-1)^2 + C(7)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.173419	0.037224	4.658798	0.0000
AR(1)	0.298759	0.077678	3.846114	0.0001
AR(2)	0.393088	0.056632	6.941124	0.0000
MA(1)	0.334914	0.082359	4.066530	0.0000
Variance Equation				
C	0.013446	0.003231	4.161191	0.0000
RESID(-1)^2	0.073915	0.009627	7.677884	0.0000
GARCH(-1)	0.894746	0.014212	62.95798	0.0000

R-squared	0.563516	Mean dependent var	0.179422
Adjusted R-squared	0.563242	S.D. dependent var	0.982551
S.E. of regression	0.649345	Akaike info criterion	1.914647
Sum squared resid	2013.796	Schwarz criterion	1.924125
Log likelihood	-4569.005	Hannan-Quinn criter.	1.917976
Durbin-Watson stat	1.985526		

1. حدد نوع هذه النماذج.
2. حدد النماذج المقبولة والنماذج المرفوضة مع التعليل.
3. أكتب الصيغة الرياضية للنموذج 3.
4. ما هو النموذج الأفضل ضمن النماذج المقبولة؟
5. أحسب التباين الشرطي المتوقع في 2025/5/5 و2025/5/6 باستخدام النموذج الأفضل، إذا كان لديك:

t	2025/5/5	2025/5/4	2025/5/3	2025/5/2	2025/5/1
$\hat{z}_t$	−0.055	−1.461	0.126	0.247	−0.233
$\hat{\sigma}_t^2$	–	1.252	1.301	–	–

ملاحظة: يتم أخذ ثلاث أرقام بعد الفاصلة دون تقريب

بالتوفيق

الاجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس اقتصاد قياسي مالي

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. تصنيف العمليات إلى غير خطية في المتوسط وغير خطية في التباين، مع تحديد الدالة $g(\cdot)$ والدالة $h(\cdot)$ لكل عملية في جدول: 2.25 ن

العملية	غير خطية في المتوسط	غير خطية في التباين	الدالة $g(\cdot)$	الدالة $h(\cdot)$
1	X		$(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-3})^2$	1
2		X	$\frac{1}{12}\sqrt{\varepsilon_{t-2}^2}$	$\frac{1}{17}\sqrt{\varepsilon_{t-2}^2}$
3		X	$0.75\varepsilon_{t-1}+0.24\varepsilon_{t-2}$	$0.33\varepsilon_{t-1}$

2. كتابة صيغة نموذج BL(2,2,1,3): 1.75 ن

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-2} + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \lambda_{11}Y_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \lambda_{12}Y_{t-1}\varepsilon_{t-2} + \lambda_{13}Y_{t-1}\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

1. شرح كيف يسمح النموذج بتجميع التقلبات: 1 ن

يسمح هذا النموذج بتجميع التقلبات لأن التباين الشرطي σ_t^2 يعتمد على القيم التربيعية لـ Y_t في الفترات السابقة (Y_{t-1}^2, Y_{t-2}^2) وقيمه في الفترات السابقة $(\sigma_{t-1}^2, \sigma_{t-2}^2, \sigma_{t-3}^2)$. تؤدي القيم الكبيرة للسلسلة Y_t (الإيجابية والسلبية) في الفترات السابقة إلى أن تكون قيمة التباين الشرطي σ_t^2 كبيرة، وتؤدي القيم الصغيرة للسلسلة Y_t (الإيجابية والسلبية) في الفترات السابقة إلى أن تكون قيمة التباين الشرطي σ_t^2 صغيرة. وبالتالي، تميل التغيرات الكبيرة إلى أن تتبعها تغيرات كبيرة وتميل التغيرات الصغيرة إلى أن تتبعها تغيرات صغيرة.

2. إثبات أن السلسلة Y_t^2 في النموذج تخضع لعملية ARMA(3,3): 1.5 ن

لدينا:

$$v_{t-i} = Y_{t-i}^2 - \sigma_{t-i}^2 \Rightarrow \sigma_{t-i}^2 = Y_{t-i}^2 - v_{t-i}$$

بالتعويض في معادلة σ_t^2، نجد:

$$Y_t^2 - v_t = 0.578 + 0.017Y_{t-1}^2 + 0.021Y_{t-2}^2 + 0.721(Y_{t-1}^2 - v_{t-1}) + 0.117(Y_{t-2}^2 - v_{t-2}) + 0.083(Y_{t-3}^2 - v_{t-3})$$

بالنشر نجد:

$$Y_t^2 = 0.578 + 0.017Y_{t-1}^2 + 0.021Y_{t-2}^2 + 0.721Y_{t-1}^2 - 0.721v_{t-1} + 0.117Y_{t-2}^2 - 0.117v_{t-2} + 0.083Y_{t-3}^2 - 0.083v_{t-3} + v_t$$

بإعادة الترتيب نحصل على:

$$Y_t^2 = 0.578 + (0.017 + 0.721)Y_{t-1}^2 + (0.021 + 0.117)Y_{t-2}^2 + 0.083Y_{t-3}^2 - 0.721v_{t-1} - 0.117v_{t-2} - 0.083v_{t-3} + v_t$$

$$Y_t^2 = 0.578 + 0.738Y_{t-1}^2 + 0.138Y_{t-2}^2 + 0.083Y_{t-3}^2 - 0.721v_{t-1} - 0.117v_{t-2} - 0.083v_{t-3} + v_t$$

وبالتالي السلسلة Y_t^2 في هذا النموذج تخضع لعملية ARMA(3,3).

الاستنتاج 0.5 ن**:** بما أن السلسلة Y_t^2 في هذا النموذج تخضع لعملية ARMA(3,3) فإن قيمتها الحالية تتأثر بقيمها السابقة وبالتالي فهي مرتبطة ذاتيا. حيث:

$$\rho_k = Corr(Y_t^2, Y_{t-k}^2) \neq 0$$

وعليه، فإن هذا النموذج يسمح بنمذجة خاصية كون العوائد التربيعية مرتبطة ذاتيا (الخاصية 7: اعتماد طويل المدى).

3. إيجاد المتوسط الشرطي والتباين الشرطي لـ Y_t:

المتوسط الشرطي: 0.5 ن

$$\begin{aligned} E(Y_t|F_{t-1}) &= E(\varepsilon_t\sigma_t|F_{t-1}) \\ &= \sigma_t E(\varepsilon_t|F_{t-1}) \\ &= \sigma_t E(\varepsilon_t) \\ &= \sigma_t \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

التباين الشرطي: 1 ن

$$\begin{aligned} Var(Y_t|F_{t-1}) &= E(Y_t^2|F_{t-1}) \\ &= E(\varepsilon_t^2\sigma_t^2|F_{t-1}) \\ &= \sigma_t^2 E(\varepsilon_t^2|F_{t-1}) \\ &= \sigma_t^2 E(\varepsilon_t^2) \\ &= \sigma_t^2 \times 1 \\ &= \sigma_t^2 \\ &= 0.578 + 0.017Y_{t-1}^2 + 0.021Y_{t-2}^2 + 0.721\sigma_{t-1}^2 \\ &\quad +0.117\sigma_{t-2}^2 + 0.083\sigma_{t-3}^2 \end{aligned}$$

4. البرهان أن هذا النموذج يسمح بنمذجة الخاصية 1 والخاصية 2 التي تتميز بها البيانات المالية:

- المتوسط غير الشرطي: 0.5 ن

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E[E(Y_t|F_{t-1})] \\ &= E[0] \end{aligned}$$

$$= 0$$

- التباين غير الشرطي: 1.5 ن

$$Var(Y_t) = E\left[\left(Y_t - E(Y_t)\right)^2\right]$$

$$= E[Y_t^2]$$

$$= E\begin{bmatrix}0.578 + 0.738Y_{t-1}^2 + 0.138Y_{t-2}^2 + 0.083Y_{t-3}^2 - 0.721v_{t-1} \\ -0.117v_{t-2} - 0.083v_{t-3} + v_t\end{bmatrix}$$

$$= 0.578 + 0.738E(Y_{t-1}^2) + 0.138E(Y_{t-2}^2) + 0.083E(Y_{t-3}^2)$$

$$-0.721E(v_{t-1}) - 0.117E(v_{t-2}) - 0.083E(v_{t-3}) + E(v_t)$$

$$= 0.578 + 0.738E(Y_{t-1}^2) + 0.138E(Y_{t-2}^2) + 0.083E(Y_{t-3}^2) - 0 - 0 - 0 + 0$$

$$= 0.578 + 0.738Var(Y_{t-1}) + 0.138Var(Y_{t-2}) + 0.083Var(Y_{t-3})$$

بما أن شرط الاستقرارية محقق $(0.738 + 0.138 + 0.083 = 0.959 < 1)$، فإن $Var(Y_t) = Var(Y_{t-1}) = Var(Y_{t-2}) = Var(Y_{t-3})$. وبالتالي يكون:

$$Var(Y_t) = 0.578 + 0.738Var(Y_t) + 0.138Var(Y_t) + 0.083Var(Y_t)$$

$$Var(Y_t) = \frac{0.578}{1 - 0.738 - 0.138 - 0.083} = \mathbf{14.097}$$

التباين المشترك (التغاير) غير الشرطي: 0.5 ن

$$Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E\left[\left(Y_t - E(Y_t)\right)\left(Y_{t-k} - E(Y_t)\right)\right]$$

$$= E[(Y_t - 0)(Y_{t-k} - 0)]$$

$$= E(Y_t)E(Y_{t-k})$$

$$= 0 \times E(Y_{t-k})$$

$$= 0$$

بما أن كل من المتوسط غير الشرطي والتباين غير الشرطي والتباين المشترك غير الشرطي لـ Y_t هي غير مرتبطة بالزمن، فإن Y_t تحقق شروط الاستقرارية الثلاثة، وبالتالي فإن هذا النموذج يسمح بنمذجة الخاصية 1: الاستقرارية. 0.25 ن

- الارتباط الذاتي: 0.5 ن

$$Corr(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{Var(Y_t)}$$

$$= \frac{0}{14.097}$$

$$= 0$$

أي أن السلسلة Y_t غير مرتبطة ذاتيا، وبالتالي فإن هذا النموذج يسمح بنمذجة الخاصية 2: عدم وجود ارتباط ذاتي. 0.25 ن

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1. **تحديد نوع النماذج:**

النموذج 1: نموذج ARMA(2,1)−ARCH(1) 0.25 ن

النموذج 2: نموذج ARMA(2,1)−ARCH(4) 0.25 ن

النموذج 3: نموذج ARMA(2,1)−GARCH(2,2) 0.25 ن

النموذج 4: نموذج ARMA(2,1)−GARCH(1,1) 0.25 ن

2. **تحديد النماذج المقبولة والنماذج المرفوضة مع التعليل:**

النموذج 1: **مقبول** لأن: 1 ن

– قيم الاحتمال (P−value) المقابلة لمعلمات النموذج c و ϕ_2 و θ_1 و α_0 و α_1 كلها تساوي 0.0000 وقيمة الاحتمال المقابل للمعلمة ϕ_1 تساوي 0.0002، وكلها أقل من 0.05 وبالتالي فإن كل معلمات النموذج هي ذات معنوية إحصائية.

– القيمة المقدرة للمعلمتين α_0 و α_1 هي قيم غير سالبة.

– القيمة المقدرة للمعلمة α_1 هي أقل تماما من الواحد (0.13<1) أي أن النموذج مستقر.

النموذج 2: **مقبول** لأن: 1 ن

– قيم الاحتمال (P−value) المقابلة لمعلمات النموذج c و ϕ_2 و θ_1 و α_0 و α_1 و α_2 و α_3 و α_4 كلها تساوي 0.0000 وقيمة الاحتمال المقابل للمعلمة ϕ_1 تساوي 0.0001، وكلها أقل من 0.05 وبالتالي فإن كل معلمات النموذج هي ذات معنوية إحصائية.

– القيمة المقدرة للمعلمات α_0 و α_1 و α_2 و α_3 و α_4 هي قيم غير سالبة.

– مجموع القيم المقدرة للمعلمات α_1 و α_2 و α_3 و α_4 هي أقل تماما من الواحد (0.092+0.085+0.08+0.103=0.36<1) أي أن النموذج مستقر.

النموذج 3: **مرفوض** لأن: 0.5 ن

– قيمة الاحتمال (P−value) المقابلة للمعلمتين ω و α_2 هي على التوالي 0.1317 و0.0862 وهي أكبر من 0.05 وبالتالي فإنها ليست ذات معنوية إحصائية.

– القيمة المقدرة للمعلمتين α_2 و β_2 هي قيم سالبة.

النموذج 4: **مقبول** لأن: 1 ن

– قيم الاحتمال (P−value) المقابلة لمعلمات النموذج c و ϕ_2 و θ_1 و α_0 و α_1 و β_1 كلها تساوي 0.0000 وقيمة الاحتمال المقابل للمعلمة ϕ_1 تساوي 0.0001، وكلها أقل من 0.05 وبالتالي فإن كل معلمات النموذج هي ذات معنوية إحصائية.

– القيمة المقدرة للمعلمات ω و α_1 و β_1 هي قيم غير سالبة.

– مجموع القيم المقدرة للمعلمتين α_1 و β_1 هي أقل تماما من الواحد (0.073+0.894=0.967<1) أي أن النموذج مستقر.

3. **كتابة الصيغة الرياضية للنموذج 3: 0.5 ن**

$$R_t = c + \phi_1 R_{t-1} + \phi_2 R_{t-2} + \theta_1 z_{t-1} + z_t$$

$$z_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 z_{t-1}^2 + \alpha_1 z_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2$$

4. النموذج الأفضل ضمن النماذج المقبولة: 1 ن

بمقارنة النماذج المقبولة (النموذج 1 و2 و4) من خلال معياري Akaike و Schwarz فإن النموذج 4 هو الأكثر ملائمة للبيانات لأن قيمة معياري Akaike و Schwarz فيه هي الأقل:

في معيار Akaike ($\mathbf{1.914} < 1.94 < 1.962$) وفي معيار Schwarz ($\mathbf{1.924} < 1.953 < 1.971$).

5. حساب التباين الشرطي المتوقع في 2025/5/5 و2025/5/6 باستخدام النموذج الأفضل:

لدينا معادلة التباين الشرطي المقدرة ($\hat{\sigma}_t^2$) وفق النموذج 4:

$$\hat{\sigma}_t^2 = 0.013 + 0.073\hat{z}_{t-1}^2 + 0.894\hat{\sigma}_{t-1}^2$$

وبالتالي التباين الشرطي المتوقع في 2025/5/5: **1 ن**

$$\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = 0.013 + 0.073\hat{z}_{4/5/2025}^2 + 0.894\sigma_{4/5/2025}^2$$

لدينا $\hat{z}_{4/5/2025} = -1.461$ و $\hat{\sigma}_{4/5/2025}^2 = 1.252$ بالتعويض نجد:

$$\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = 0.013 + 0.073(-1.461)^2 + 0.894(1.252)$$

$$\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = \mathbf{1.288}$$

التباين الشرطي المتوقع في 2025/5/6: **1 ن**

$$\hat{\sigma}_{6/5/2025}^2 = 0.013 + 0.073\hat{z}_{5/5/2025}^2 + 0.894\sigma_{5/5/2025}^2$$

لدينا $\hat{z}_{5/5/2025} = -0.055$ و $\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = 1.288$ بالتعويض نجد:

$$\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = 0.013 + 0.073(-0.055)^2 + 0.894(1.288)$$

$$\hat{\sigma}_{5/5/2025}^2 = \mathbf{1.164}$$

قيمة التباين الشرطي المتوقع في 2025/5/5 و2025/5/6 وفق النموذج الأفضل (نموذج ARMA(2,1)−GARCH(1,1) المقدر) هي على التوالي 1.288 و1.164.