

تصحيح امتحان الدورة العادية في الإحصاء 04

تمرين 01: يرغب أحد الباحثين في إجراء دراسة حول مصنع العصير بولاية ما وتتعلق الدراسة بمدى احترام المصنع لسعة 1 لتر في القارورة حيث ينتج المصنع 40000 قارورة يوميا . وقد أخبر المصنع أن متوسط سعة القارورة هو 1 لتر بإنحراف معياري بقدر 0.1 لتر .. لذلك قام الباحث باقتناء 44 قارورة من أجل التأكد من المعلومات التي قدمها لمصنع. والمطلوب:

- 1- ما نوع التوزيع الاحتمالي المستخدم مع التعليل؟
- 2- احسب تباين المتوسطات؛
- 3- والانحراف المعياري للمتوسطات؛
- 4- ما هو احتمال أن يكون معدل السعة للعينة أقل من 0.991 لتر.
- 5- ما هو احتمال أن يكون معدل السعة للعينة يتراوح بين 0.982 لتر و 0.97 لتر.

الإجابة:

$n=44$	$\mu = \mu_{\bar{x}}=1$	$\sigma_x = 0.1$ $\sigma_x^2 = 0.01$	$N=40000$ المجتمع كبير يتم إهمال معامل التصحيح
--------	-------------------------	---	--

- 1- نوع التوزيع هو توزيع طبيعي معياري لأن حجم العينة أكبر من 30 كما أن تباين المجتمع معلوم
- 2- حساب تباين المتوسطات

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} = \frac{0.01}{44}$$

3- حساب الانحراف المعياري للمتوسطات

$$\sigma_{\bar{x}} = 0.015$$

- 4- احتمال أن يكون معدل السعة للعينة أقل من 0.991 لتر؛

$$P(\bar{x} < 0.991)$$

$$P\left(Z < \frac{0.991 - 1}{0.015}\right)$$

$$P(Z < -0.6) = 0.5 - 0.2257 = 0.2743$$

5- احتمال أن يكون معدل السعة للعينة يتراوح بين 0.982 لترو و 0.97 لتر.

$$P(0.97 < \bar{x} < 0.982)$$

$$P\left(\frac{0.97 - 1}{0.015} < Z < \frac{0.982 - 1}{0.015}\right)$$

$$P(-2 < Z < -1.2) = 0.4772 - 0.3849 = 0.0923$$

تمرين 02: إذا كان وزن الأرناب يتبع التوزيع الطبيعي سحبت عينة عشوائية من 25 أرناب من مزرعة كبيرة جدا فكان متوسط وزنها هو 1 كغ. إذا علمت أن تباين وزن الأرناب في العينة هو 0.04 كغ.

المطلوب:

- 1- ما نوع التوزيع المستخدم مع التعليل؟
- 2- حساب تباين المتوسطات؛
- 3- والانحراف المعياري للمتوسطات؛
- 4- قدر فترة الثقة باستعمال مستوى الثقة 95% 2 ن

n= 25	$\mu_{\bar{x}}=1$	$S_x^2=0.04$	95%... 0.05
مع	$=\mu= \bar{x}$		
الإرجاع			

1- بما أن الانحراف المعياري للمجتمع مجهول وحجم العينة اقل من 30 فإننا نستخدم توزيع سيودنت.

2- حساب تباين المتوسطات؛

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{S_x^2}{n} = \frac{0.04}{25} = 0.0016$$

3- الانحراف المعياري للمتوسطات :

$$\sigma_{\bar{x}} = 0.04$$

4- تقدير فترة الثقة باستعمال مستوى الثقة 95%

$$I_C = \left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{x}} \right]$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$v=n-1 = 25-1= 24$$

عند البحث في جدول ستيودنت نجد $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$

$$I_C = [1 - 2.064.0.04 < \mu < 1 + 2.064.0.04]$$

$$I_C = [0.91744 < \mu < 1.08256]$$

وبالتالي يكون متوسط المجتمع محصور عند مجال الثقة 95% بين 0.91744 و 1.08256

تمرين 03: مصنع لإنتاج علب الحلوة من وزن 200 غ ومن اجل اختبار اعتراف المصنع أن متوسط وزن علب الحلوة هو 200 غ وأن وزن العلب يتبع التوزيع الطبيعي. لذلك قام أحد أعوان التجارة بسحب عينة من 25 علبة وقام بقياس متوسط أوزانها فوجدها 197 غ مع وجود انحراف معياري يقدر بـ 2 غ والمطلوب: عند مستوى عدم الثقة يقدر بـ 5%

1- ما نوع التوزيع الاحتمالي المتبع؛

2- حساب تباين المتوسطات والانحراف المعياري له؛

3- تحديد أوصياغة الفرضيات؛

4- تحديد الجدولية؛

5- تحديد المحسوبة وتحديد الفرضية الصحيحة .

n= 25	$\mu_0=200$ $\bar{x} =197$	$S_x=2$ $S_x^2 =4$ $\alpha=0.05$	المجتمع كبير يتم إهمال معامل التصحیح
-------	-------------------------------	--	--

-1 حجم العينة اقل من 30 والتوزيع طبيعي وتباين المجتمع مجهول لذلك نتبع توزيع ستيودنت

-2 حساب تباين المتوسطات والانحراف المعياري له؛

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} = \frac{4}{25} = 0.16$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{0.16} = 0.4$$

-3 صياغة الفرضيات:

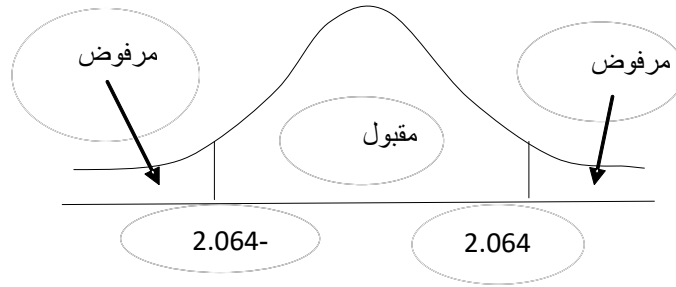
$$H_0: \mu_0 = 200$$

$$H_1: \mu_0 \neq 200$$

-4 تحديد t الجدولية: أيجاد المناطق الحرجة: $\alpha = 0.05$

$$\frac{0.05}{2} = 0.025 \dots v = n - 1 = 25 - 1 = 24$$

إذا t الجدولية هي 2.064



5- تحديد t المحسوبة

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$$

$$t = \frac{197 - 200}{0.4} = -7.5$$

t المحسوبة واقعة ضمن منطقة الرفض وبالتالي فإن إدعاءات المصنع خاطئة وبالتالي فإن متوسط المجتمع لا يساوي 200 غ أي صحة الفرضية 2

تمرين 04: مصنع لإنتاج علب الحلوة من وزن 200 غ ومن اجل اختبار اعتراف المصنع أن متوسط وزن علب الحلوة هو 200 غ مع وجود انحراف معياري يقدر بـ 4 غ وأن وزن العلب يتبع التوزيع الطبيعي. لذلك قام أحد أعوان التجارة بسحب عينة من 50 علبة وقام بقياس متوسط أوزانها فوجدها 197 غ **والمطلوب:** عند مستوى الثقة يقدر بـ 95%

1- ما نوع التوزيع الاحتمالي المتبع؛

2- حساب تباين المتوسطات والانحراف المعياري له؛

3- تحديد أوصياغة الفرضيات؛

4- تحديد الجدولية؛

5- تحديد المحسوبة وتحديد الفرضية الصحيحة .

n= 50	$\mu_0=200$	...=4	المجتمع كبير
	$\bar{x} =197$	...=16	يتم إهمال

		$1-\alpha=0.95$	معامل التصحيح
--	--	-----------------	------------------

-1 حجم العينة اكبر من 30 والتوزيع طبيعي وتباين المجتمع معلوم لذلك نتبع توزيع z

-2 حساب تباين المتوسطات والانحراف المعياري له؛

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} = \frac{16}{50} = 0.32$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{0.32} = 0.57$$

-3 صياغة الفرضيات:

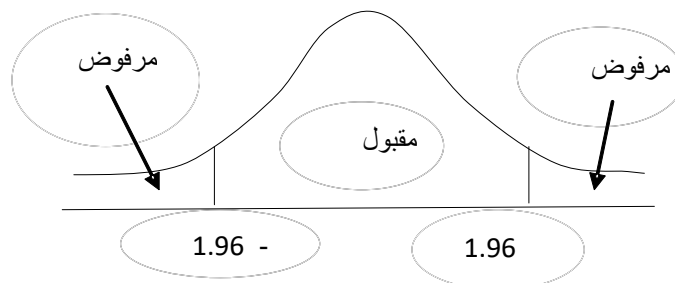
$$H_0: \mu_0 = 200$$

$$H_1: \mu_0 \neq 200$$

-4 تحديد z الجدولية: أيجاد المناطق الحرجة: $1-\alpha = 0.95$

$$\frac{0.95}{2} = 0.475$$

إذا z الجدولية هي 1.96



-5 تحديد z المحسوبة

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$$

$$t = \frac{197 - 200}{0.57} = -5.26$$

z المحسوبة واقعة ضمن منطقة الرفض وبالتالي فإن إدعاءات المصنع خاطئة وبالتالي فإن متوسط المجتمع لا يساوي 200 غ أي صحة الفرضية 2