جامعة العربي بن مهيدي_ام البواقي الاسم: .....

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية، وعلوم التسيير اللقب: .....

قسم العلوم المحاسبية والمالية الفوج: .....

امتحان السداسي الثاني لمقياس تحليل البيانات

تمرين 1:

.1

a. ماهي خصائص المتغير المتمركز والمعياري
b. ماهي احداثيات مركز ثقل سحابة النقاط في الحالتين: الحالة العادية وفي حالة المركبات الرئيسية المعيارية (ACP normée)
c. اثبت رياضيا ان التباين الكلي هو مجموع التباينات
d. ماهي اهم 3 خصائص مصفوفة الارتباط

.2

اليك المعطيات التالية

$f: R^2 \longrightarrow R^2$

$(x,y) \longrightarrow (3x+2y,\ x+4y)$

a. استخرج المصفوفة M من البيانات السابقة.
b. ماهي القاعدة المعيارية في هذه الحالة.
c. احسب متعدد الحدود المميز للمصفوفة M.
d. احسب القيم والاشعة الذاتية للمصفوفة M.
e. ماذا يساوي التقطيع القطري للمصفوفة M في هذه الحالة.

تمرين 2: تم اجراء التحليل بالمركبات الرئيسية (ACP) لمصفوفة الارتباط من 10 بيانات و3 متغيرات (var1, var2, var3). القيم والاشعة الذاتية المعيارية (normés) لمصفوفة الارتباط هي:

$$u_1 = \begin{pmatrix} -0.65 \\ -0.20 \\ x \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0.10 \\ -0.85 \\ 0.51 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} -0.75 \\ y \\ -0.34 \end{pmatrix}$$

المركبات الرئيسية لبعض الافراد موضحة في الجدول التالي:

الجدول 1: المركبات الرئيسية

	$comp_1$	$comp_2$	$comp_3$
Obs_1	1.52	-1.12	0.91
Obs_2	-0.34	0.62	-0.74
Obs_3	0.89	-0.95	0.42
Obs_4	-0.28	0.77	-0.68
Obs_5	-0.17	0.03	-0.39

الأسئلة:

1. ما هو التباين الكلي لسحابة النقاط؟
2. احسب القيمة x.

3. اكمل الجدول التالي مع إعطاء العلاقات المستعملة:

الجدول 2: التباينات المفسرة

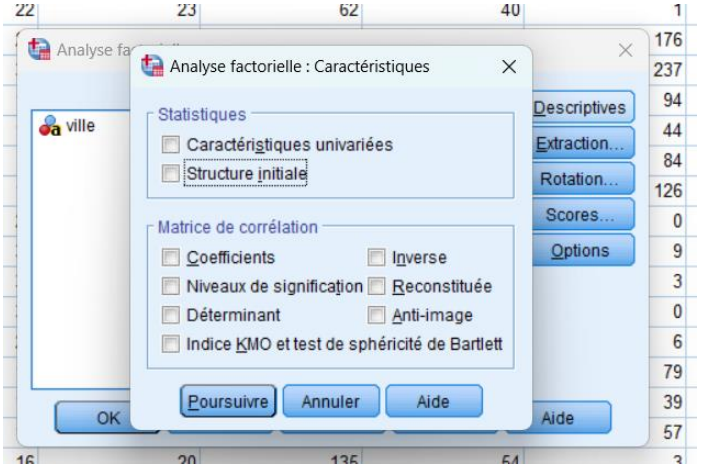
Valeur propre القيمة الذاتية (λ_i)	Inertie expliquée التباين المفسر	Inertie expliquée cumulée التباين المفسر التجميعي
		0.55
0.45		
Totale		

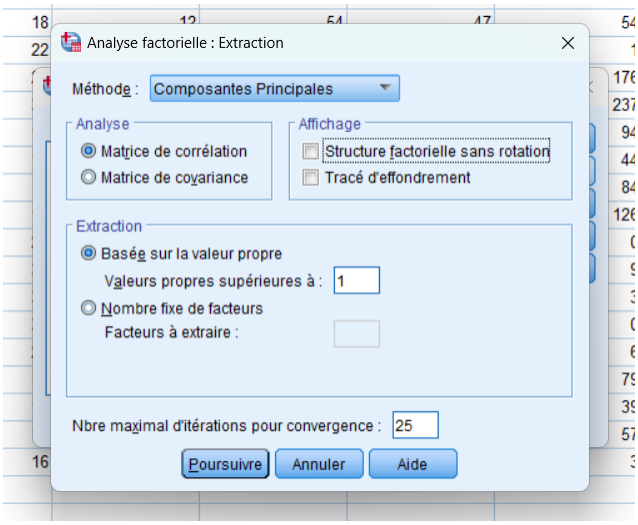
4. احسب جودة تمثيل الفرد الأول بالنسبة للمحور الرئيسي الثاني، مع الاخذ بعين الاعتبار ان جودة تمثيله (الفرد الأول) بالنسبة للمحور الرئيسي الأول تساوي 0.39.
5. بعد إعطاء الصيغة المناسبة، احسب مساهمة الفرد الأول في المركب الرئيسي الثاني.
6.
a. اعط صيغة كتابة المركب الرئيسي comp1 الأول بدلالةvar1, var2, var3.
b. اثبت وجود علاقة ارتباط قوية للمتغير 1 في المركب الرئيسي الأول.

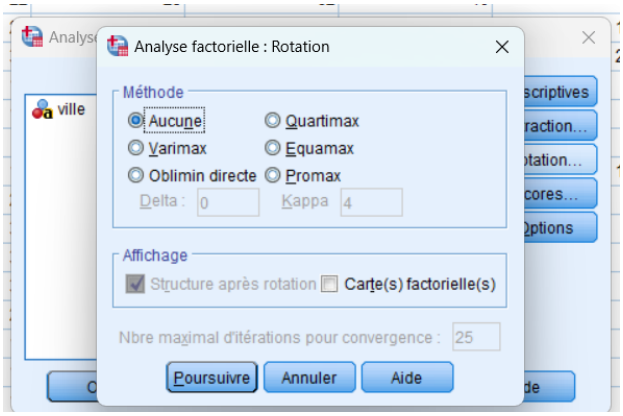
التمرين 3: اختبار "صح أو خطأ" حول التحليل بالمركبات الرئيسية(ACP) مع تصحيح الخطأ

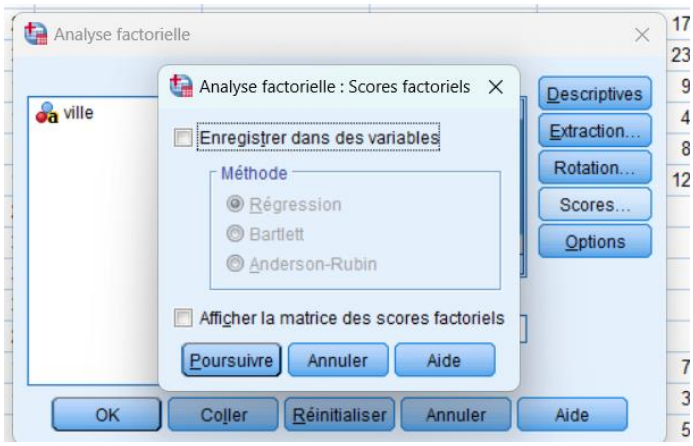
1. أول خطوة في التحليل بالمركبات الرئيسية هي تنظيم البيانات الأصلية في مصفوفة وحساب جدول الإحصاءات الوصفية
2. لا حاجة لتوحيد المتغيرات إذا كانت بوحدات مختلفة عند استخدام ACP normée
3. من خطوات ACP حساب مصفوفة الارتباط (matrix de corrélation)
4. الخطوة الأخيرة في ACP هي ضرب القيم الذاتية (les valeurs propres) في المتغيرات الأصلية
5. يمكن استخدام مصفوفة التباين المشترك أو مصفوفة الارتباط، حسب طبيعة البيانات
6. بعد استخراج القيم الذاتية والمتجهات الذاتية، يتم ترتيبها تصاعديًا
7. المركبة الأساسية الأولى تفسر أكبر جزء من التباين الكلي في البيانات
8. يتم تحديد عدد المركبات المختارة بناءً على مجموع القيم الذاتية المقابلة
9. يجب أن يكون عدد المركبات الأساسية مساويًا دائمًا لعدد المتغيرات الأصلية
10. معادلة المركبة الأساسية تعتمد على: $F=X^{\wedge}\cdot U'$

التمرين 4: قمنا باجراء التحليل بالمركبات الرئيسية (ACP) باستخدام برنامج SPSS ما هي الاختيارات التي يجب الضغط عليها من اجل اجراء هذه العملية والحصول على النتائج النهائية




Analyse factorielle : Extraction
Méthode : Composantes Principales
Analyse
Matrice de corrélation
Matrice de covariance
Affichage
Structure factorielle sans rotation
Tracé d'effondrement
Extraction
Basée sur la valeur propre
Valeurs propres supérieures à : 1
Nombre fixe de facteurs
Facteurs à extraire :
Nbre maximal d'itérations pour convergence : 25
Poursuivre
Annuler
Aide


Analyse factorielle : Rotation
Méthode
Aucune
Quartimax
Varimax
Equamax
Oblimin directe
Promax
Delta : 0
Kappa 4
Affichage
Structure après rotation
Carte(s) factorielle(s)
Nbre maximal d'itérations pour convergence : 25
Poursuivre
Annuler
Aide
ville


Analyse factorielle
Analyse factorielle : Scores factoriels
ville
Enregistrer dans des variables
Méthode
Régression
Bartlett
Anderson-Rubin
Afficher la matrice des scores factoriels
Poursuivre
Annuler
Aide
Descriptives
Extraction...
Rotation...
Scores...
Options
OK
Coller
Réinitialiser
Annuler
Aide

الحل النموذجي للامتحان السداسي الثاني
المقياس تحليل البيانات

القرينة 1:

1-

a: خواص المتغير المتمركز والمعياري

- متوسطه يساوي 0 $(\bar{X} = 0)$.
- انحرافه المعياري يساوي الواحد $(\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1} = 1)$

b: إحداثيات مركز ثقل سحابة النقاط:

- في الحالة العادية: $g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_p)$
- في حالة التحليل بالمركبات الرئيسية المعيارية: ACP normée

$$g(0, 0, 0, \dots, 0)$$

c: إثبات أن التباين الكلي يجموع التباينات:

$$\boxed{I(N) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d^2(ind_i, g) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{p}(x_{ij} - \bar{X}_j)^2}$$

$$d^2(ind_1, g) = (x_{11} - \bar{X}_1)^2 + (x_{12} - \bar{X}_2)^2 + (x_{13} - \bar{X}_3)^2 + \dots + (x_{1p} - \bar{X}_p)^2$$

$$d^2(ind_i, g) = (x_{i1} - \bar{X}_1)^2 + (x_{i2} - \bar{X}_2) + (x_{i2} - \bar{X}_3)^2 + \dots + (x_{ip} - \bar{X}_p)^2$$

$$I(N) = \frac{1}{n} d^2(ind_1, g) + \frac{1}{n} d^2(ind_2, g) + \dots + \frac{1}{n} d^2(ind_n, g)$$

$$\frac{1}{n} d^2(ind_1, g) = \frac{1}{n}(x_{11} - \bar{X}_1)^2 + \frac{1}{n}(x_{12} - \bar{X}_2)^2 + \frac{1}{n}(x_{13} - \bar{X}_3)^2 + \dots + \frac{1}{n}(x_{1p} - \bar{X}_p)^2$$

$$\frac{1}{n} d^2(ind_2, g) = \frac{1}{n}(x_{21} - \bar{X}_1)^2 + \frac{1}{n}(x_{22} - \bar{X}_2)^2 + \frac{1}{n}(x_{23} - \bar{X}_3)^2 + \dots + \frac{1}{n}(x_{2p} - \bar{X}_p)^2$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{n} d^2(ind_n, g) = \frac{1}{n}(x_{n1} - \bar{X}_1)^2 + \frac{1}{n}(x_{n2} - \bar{X}_2)^2 + \frac{1}{n}(x_{n3} - \bar{X}_3)^2 + \dots + \frac{1}{n}(x_{np} - \bar{X}_p)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n}\left[(x_{11} - \bar{X}_1)^2 + (x_{21} - \bar{X}_1)^2 + \dots + (x_{n1} - \bar{X}_1)^2\right] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{X}_1)^2 = V(X_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{I(N,g) = V(x_1) + V(x_2) + \dots + V(x_p) = \sum_{i=1}^{p} V(x_i)}$$

d: أكتب 3 خصائص لصفوفة الارتباط:

- قيمها محصورة بين $[-1, 1]$
- قيم قطرها تساوي 1
- صفوفة متناظرة بالنسبة لقطرها

-2

M: المصفوفة $M = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

a: القاعدة المتعامدة: $B_e = \{(1,0), (0,1)\}$

b: القيم الذاتية:

c: متعدد الحدود المميز:

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 \\ 1 & 4-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(4-\lambda) - (2 \times 1) = \lambda^2 - 7\lambda + 10$$

d: القيم الذاتية:

$$\lambda^2 - 7\lambda + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 5}, \boxed{\lambda_2 = 2}$$

e: شعاع ذاتي:

لدينا $\lambda_1 = 5$ و شعاع ذاتي مرافق $x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ حيث:

$$g(x) = 5x \Leftrightarrow Mx = 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5a \\ 5b \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3a+2b \\ a+4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5a \\ 5b \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b = 5a \\ a+4b = 5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 5a - 3a \\ a = 5b - 4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 2a \\ a = b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ a = b \end{cases} \Rightarrow \boxed{u_1 = (1,1)}$$

$\lambda_2 = 2$ لـ E_2 مولد شعاعي لـ $x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ حيث أن:

$f(x) = 2x \Leftrightarrow Mx = 2x$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2b \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3a+2b \\ a+4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2b \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b = 2a \\ a+4b = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 2a-3 \\ a = 2b-4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = -a \\ a = -2b \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{u_2} = (2, -1)}$$

$M_{B_p}(g) = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$: التوظيف الموافق لـ e

2 بالمقارنة

3 بالمقارنة مع برنامج (ACP normée) الحالة حيث ق هي الحالة التي بها

- n
- x قيمة شاذة

أي أن: التحليل الثاني ACP normée الذي هو تحليل

$$u_1 \times u_2 = 0 \Leftrightarrow (-0{,}65 \times 0{,}10) + (-0{,}20 \times -0{,}85) + x \times 0{,}51 = 0$$

$$\Leftrightarrow -0{,}065 + 0{,}17 + 0{,}51x = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x \simeq -0{,}206}$$

3- إكمال الجدول من أجل المركبات الرئيسية.

	القيمة الذاتية (λ_i)	التباين المفسر	التباين المفسر التجميعي
1	$\frac{\lambda_1}{3} = 0,55$ $\Rightarrow \lambda_1 = 3 \times 0,55 = \boxed{1,65}$	$0,55$	$0,55$
2	$\lambda_2 = 3 - \lambda_1 - \lambda_3$ $\lambda_2 = 3 - 1,65 - 0,45$ $\lambda_2 = \boxed{0,9}$	$\frac{\lambda_2}{3} = \frac{0,9}{3} = \boxed{0,3}$	$0,55 + \frac{\lambda_2}{3} = \boxed{0,85}$
3	$0,45$	$\frac{\lambda_3}{3} = \frac{0,45}{3} = \boxed{0,15}$	$0,55 + \frac{\lambda_2}{3} + \frac{0,45}{3} = \boxed{1}$
totale	$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \boxed{3}$	$0,55 + 0,3 + 0,15 = \boxed{1}$	$\boxed{100\%}$

4- حساب جودة تمثيل الفرد الأول بالنسبة للمحور الرئيسي الثاني:

$\cos(\theta_1)^2 = 0,39$

$\cos(\theta_2)^2 = ?$

$$\cos(\theta_1)^2 = \frac{(\vec{u_1} \times \vec{ind_1})^2}{\|\vec{ind_1}\|^2} = 0,39 \Rightarrow \|\vec{ind_1}\|^2 = \frac{(\vec{u_1} \times \vec{ind_1})^2}{0,39}$$

$$\cos(\theta_2)^2 = \frac{(\vec{u_2} \times \vec{ind_1})^2}{\|\vec{ind_1}\|^2}$$

$$\cos(\theta_2)^2 = \frac{(\vec{u_2} \times \vec{ind_1}) \times 0,39}{(\vec{u_1} \times \vec{ind_1})^2} = \frac{(-1,12)^2 \times 0,39}{(1,52)^2} = \boxed{0,212}$$

$= 0,36$

5- حساب مساهمة الفرد الأول في المحور الثاني:

$$ctr(ind_1) = \frac{\frac{1}{n}(\overrightarrow{ind_1} \times \overrightarrow{u_2})^2}{\lambda_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{10}(-1,12)^2}{0,5} \simeq \boxed{0,139}$$

6-

a: حساب جودة تمثيل المتغيرات الأصلية على المحور الأول $comp_1$ بدلالة var_1, var_2, var_3

$$comp_1 = -0,65\, var_1 - 0,20\, var_2 + ?\, var_3$$

$$comp_1 = -0,65\, var_1 - 0,20\, var_2 - 0,206\, var_3$$

b: حساب معامل الارتباط بين المتغير var_1 والمحور الرئيسي الأول:

$$r(var_1, comp_1) = -0,65\sqrt{\lambda_1} = 0,65\sqrt{1,65}$$

$$= \boxed{21,21}$$

3 أسئلة

ج ← 1

خ ← 2

يجب أن تكون معطاة على شاشة ACP normée وهي تعني أن المتغيرات موحدة، التوحيد دون وحدة.

ج ← 3

خ ← 4

نمرر البيانات الموجودة في الأشعة الفارغة للحصول على المعطيات الأساسية.

ج ← 5

خ ← 6

العنصر الفارغ يتم تمريرها تنازليا، لأننا نريد أن نأخذ المركبات التي تعبر أكثر قدر ممكن من التباين أولا.

7 ← ج

8 ← خ

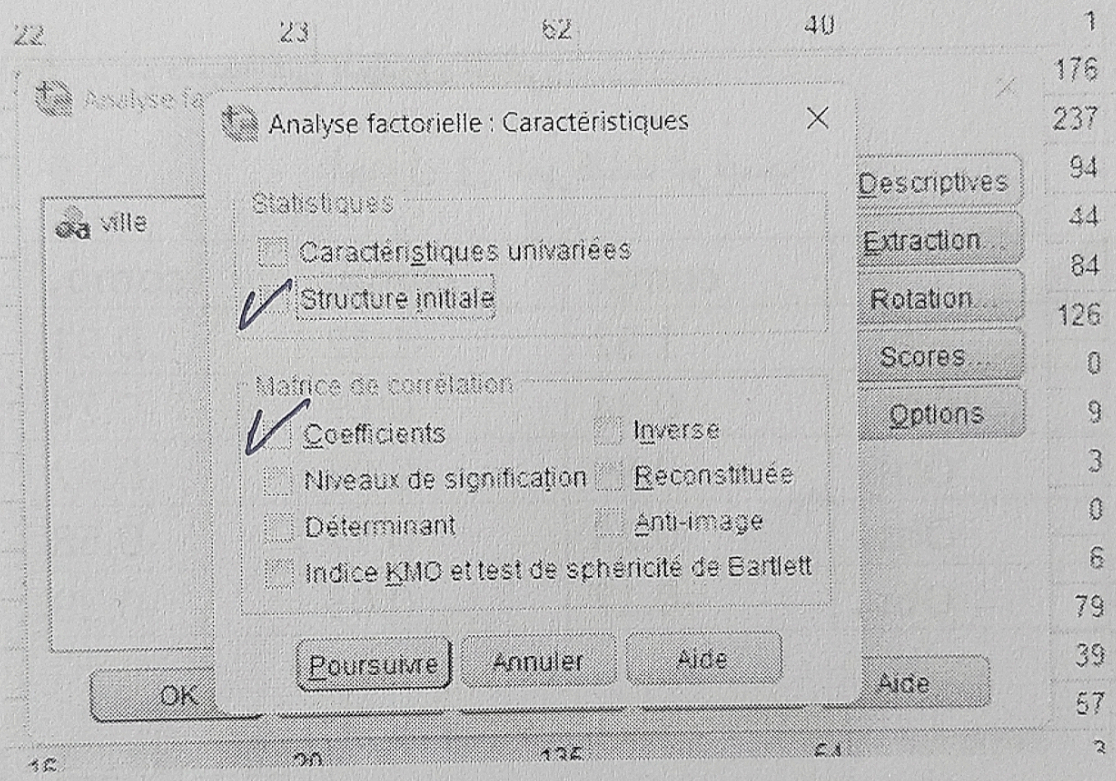
تابع اختيار عدد الصخابات بناءا على نسبة التباين المفسر

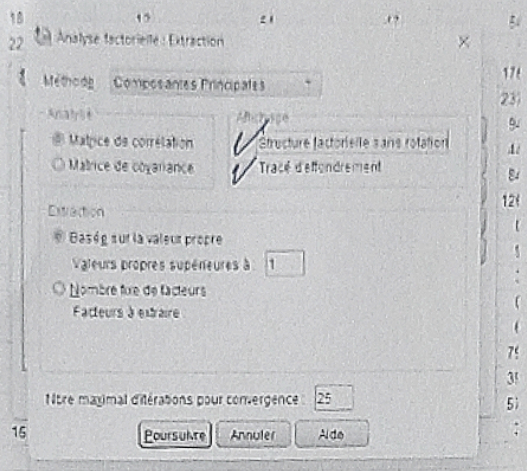
9 ← خ

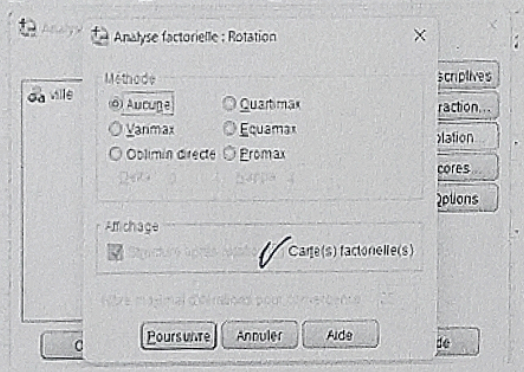
عدد الصخابات الرئيسية أو الأساسية يجب أن يحوي على الأكثر يساوي 3

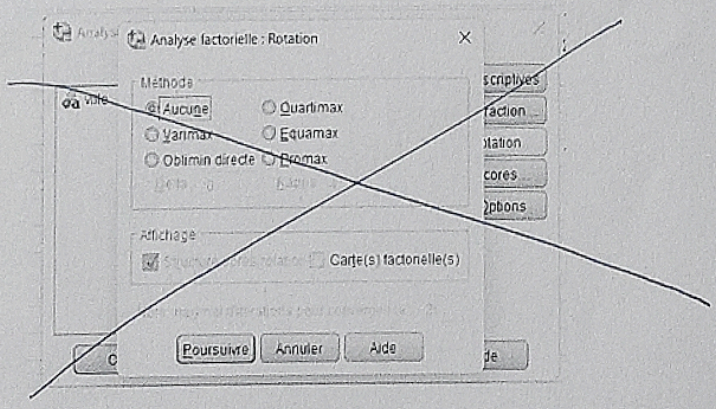
10 ← ج

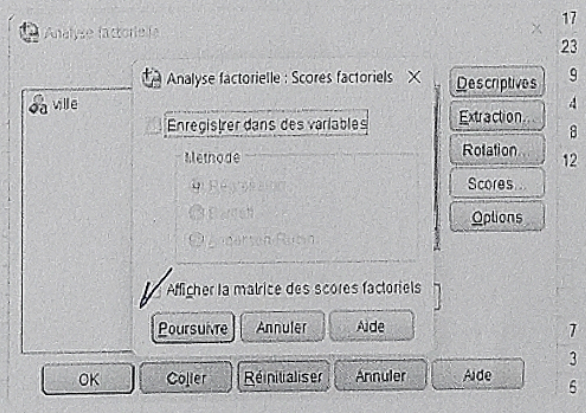
التمرين 4: قمنا باجراء التحليل بالمركبات الرئيسية (ACP) باستخدام برنامج SPSS ما هي الاختيارات التي يجب الضغط عليها من اجل اجراء هذه العملية والحصول على النتائج النهائية




Analyse factorielle : Extraction
Méthode : Composantes Principales
Analyse
Matrice de corrélation
Matrice de covariance
Affichage
Structure factorielle sans rotation
Tracé d'effondrement
Extraction
Basé(e) sur la valeur propre
Valeurs propres supérieures à : 1
Nombre fixe de facteurs
Facteurs à extraire :
Nbre maximal d'itérations pour convergence : 25
Poursuivre
Annuler
Aide


Analyse factorielle : Rotation
Méthode
Aucune
Quartimax
Varimax
Equamax
Oblimin directe
Promax
Affichage
Carte(s) factorielle(s)
Poursuivre
Annuler
Aide


Analyse factorielle : Rotation
Méthode
Aucune
Quartimax
Varimax
Equamax
Oblimin directe
Promax
Affichage
Carte(s) factorielle(s)
Poursuivre
Annuler
Aide


Analyse factorielle
Analyse factorielle : Scores factoriels
ville
Enregistrer dans des variables
Méthode
Afficher la matrice des scores factoriels
Poursuivre
Annuler
Aide
Descriptives
Extraction...
Rotation...
Scores...
Options
OK
Coller
Réinitialiser
Annuler
Aide