

امتحان الدورة العادية في مقياس النمذجة الإحصائية

السؤال النظري (06ن):

1- عرف الخطأ المعياري للتنبؤ. وماهي العوامل التي تؤثر فيه ؟

التمرين (14ن): لدينا البيانات التالية عن عدد العمال والكمية المنتجة بإحدى المزارع من سنة 2020 - 2024 (الكمية بالطن):

السنة	2020	2021	2022	2023	2024
عدد العمال	2	4	6	8	10
الكمية المنتجة	06	14	20	24	26

المطلوب:

- 1- قدر العلاقة بين عدد العمال والكمية المنتجة باعتبارها خطية. وفسر معالم هذا النموذج
- 2- هل للنموذج المقدر مدلول من الناحية الاقتصادية ؟ وضح ذلك
- 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير.
- 4- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية $\hat{A}$ ، $\hat{B}$
- 5- اختبر معنوية المعالم التقديرية $\hat{A}$. $\hat{B}$ عند مستوى معنوية 5% في الحالات التالية:
 $A < 4$ ، $B = 6$
- 6- احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسرهما .
- 7- اختبر المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط عند مستوى معنوية 5%.
- 8- إذا كانت الكمية المتوقعة إنتاجها في سنة 2025 هي 43 طن . ماهو عدد العمال اللازم الاستخدام لإنتاج هذه الكمية؟
- 9- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل.

ملاحظة:

يؤخذ ثلاثة أرقام بعد الفاصلة

يعطى t الجدولية ، $t[3, 5\%] = 3.18$ ، $t[3, 2.5\%] = 3.18$

بالتوفيق لكل مجتهد
أستاذ المقياس

نموذج تصحيح امتحان الدورة العادية مقياس نمذجة إحصائية

حل السؤال النظري: 6 ن

- الخطأ المعياري للتنبؤ $S_{\hat{Y}_0}$: هو عبارة عن الانحرافات التنبؤات المختلفة بسبب اختلاف في العينات والتقديرات المختلفة ويحسب بالصيغة التالية: **03 ن**

$$S_{\hat{Y}_0} = \sqrt{S^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{[X_0 - \bar{X}]^2}{S_X} \right]}$$

- العوامل التي تؤثر فيه: **03 ن**
- 1-تباين الخطأ المعياري S^2
 - 2-حجم العينة n
 - 3-بعد X_0 عن $\bar{X}$
 - 4-تشتت قيم X عن الوسط الحسابي $\bar{X}$ (S_X)

حل التمرين 14 ن

1-تقدير العلاقة بين عدد العمال والكمية المنتجة بطريقة OLS

بناء الجدول (02 ن)

السنة	2020	2021	2022	2023	2024	مجموع
الكمية المنتجة Y	06	14	20	24	26	90
عدد العمال X	2	4	6	8	10	30
$(X - \bar{X})$	-4	-2	0	2	4	0
$S_X = (X - \bar{X})^2$	16	4	0	4	16	40
$(Y - \bar{Y})$	-12	-4	2	6	8	0
$S_Y = (Y - \bar{Y})^2$	144	16	4	36	64	264
$S_{YX} = (Y - \bar{Y})(X - \bar{X})$	48	8	0	12	32	100

$$\bar{Y} = 18 \quad , \quad \bar{X} = 6$$

$$\hat{B} = \frac{\sum(Y - \bar{Y})(X - \bar{X})}{\sum(X - \bar{X})^2} = 2.5$$

$$\hat{A} = \bar{Y} - \hat{B}\bar{X} = 18 - (2.5)6 = 3$$

(01 ن)

$$\hat{Y} = 3 + 2.5X$$

(01 ن)

-تفسير المعالم التقديرية

تفسير $\hat{A} = 3$ عندما $X=0 \leftarrow \hat{Y}=3$ كمية الإنتاج المستقل عن اليد العاملة في المزرعة أو يسمى الإنتاج المستقل

تفسير $\hat{B} = 2.5$:معناه إذا زاد عامل واحد بالمزرعة يزداد الإنتاج 2.5 طن

2-نعم هذا النموذج له مدلول من الناحية الاقتصادية فإشارة الميل موجبة فكلما زاد عدد العمال زادت كمية الإنتاج وهذا يتوافق مع النظرية الاقتصادية للإنتاج (01 ن)

3-حساب الخطأ المعياري للتقدير (01 ن)

$$S_Y = (Y - \bar{Y})^2 = 264 \quad \text{لدينا}$$

$$S_{YX} = (Y - \bar{Y})(X - \bar{X}) = 100$$

$$S^2 = \frac{S_{Y-\hat{B}} S_{YX}}{N-2} = \frac{14}{5-2} = 4.666 \rightarrow S = 2.160$$

4-حساب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية

$$(0.5 ن) \quad S_{\hat{A}}^2 = S^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{S_X} \right] = 5.132 \rightarrow S_{\hat{A}} = 2.265$$

$$(0.5 ن) \quad S_{\hat{B}}^2 = \frac{S^2}{S_X} = 0.116 \rightarrow S_{\hat{B}} = 0.340$$

5- اختبار معنوية المعالم التقديرية . عند مستوى معنوية 5 %

أ-اختبار $\hat{A}$ (01 ن)

$$H_0 : A < 4$$

$$H_1 : A > 4$$

$$t^* = \frac{\hat{A} - A}{S_{\hat{A}}} = -0.441$$

لدينا القيمة المجدولة 3.18 وقوع t^* المحسوبة في منطقة القبول نقبل H_0 ونرفض H_1 معناه القيمة المقدره من العينة $\hat{A}$ تقدير جيد تمثل معلمة المجتمع المجهولة

(01 ن)

ب-اختبار $\hat{B}$

$$H_0 : B = 6$$

$$H_1 : B \neq 6$$

$$t^* = \frac{\hat{B} - B}{s_{\hat{B}}} = 10.294$$

لدينا القيمة المجدولة 3.18 وقوع t^* المحسوبة في منطقة الرفض نرفض H_0 ونقبل H_1 معناه القيمة المقدرة من العينة $\hat{B}$ تقدير جيد تمثل معلمة المجتمع المجهولة

6-حسب معامل الارتباط ومعامل التحديد بطريقة المختصرة وفسرهما

$$\hat{R} = \frac{s_{YX}}{\sqrt{s_X \cdot s_Y}} = 0.973 \quad (0.5 ن)$$

معامل الارتباط

معناه : علاقة قوية وطردية
بين عدد العمال وكمية المنتجة

$$\hat{R}^2 = (0.973)^2 = 0.946 \quad (0.5 ن) \quad \text{معامل التحديد (مربع معامل الارتباط)}$$

معناه : أن عدد العمال في المزرعة يؤثر في الكمية المنتجة بنسبة 94.6 % والباقي 5.4 % عوامل أخرى غير (العمال)

7- اختبار المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط عند مستوى معنوية 5%. (01 ن)

-اختبار $\hat{R}$

$$H_0 : R = 0$$

$$H_1 : R \neq 0$$

$$t^* = \frac{\hat{R} - R}{s_{\hat{R}}} = 7.261$$

$$s_{\hat{R}} = \sqrt{\frac{1 - \hat{R}^2}{N - 2}} = 0.134$$

لدينا القيمة المجدولة 3.18 وقوع t^* المحسوبة في منطقة الرفض نرفض H_0 ونقبل H_1

معناه ان معامل الارتباط له معنوية إحصائية وهذا يدل على وجود علاقة قوية فعلا بين عدد العمال والكمية المنتجة في المجتمع

8- عدد العمال اللازم الاستخدام لإنتاج كمية 43 طن نعوض في معادلة التقدير (01 ن)

$$43 = 3 + 2.5 X \rightarrow X = 16 \quad \text{عامل}$$

9- اختبار قدرة النموذج على التنبؤ وفق معامل ثيل

بناء الجدول (01 ن)

السنة	2020	2021	2022	2023	2024	المجموع
Y	06	14	20	24	26	/
$\hat{Y}$	8	13	18	23	28	/
$\Delta \hat{Y}$	-	5	5	5	5	/
ΔY	-	8	6	4	2	/
$(\Delta Y)^2$	-	64	36	16	4	120
$(\Delta \hat{Y} - \Delta Y)^2$	-	9	1	1	9	20

$$(01 ن) \quad T = \sqrt{\frac{(\Delta \hat{Y} - \Delta Y)^2}{(\Delta Y)^2}} = 0.40 < 1$$

قدرة النموذج على التنبؤ عالية