الإجابة النموذجية لمقياس تحليل المعطيات (الدورة العادية)

قسم العلوم الاقتصادية – ثالثة ليسانس تخصص اقتصاد كمي

حل التمرين الأول:

1- حساب كل من المتوسطات والانحرافات المعيارية، ثم استنتج المصفوفة المركزة:

- **حساب المتوسطات الحسابية:**

$$\bar{x}_1 = \frac{2+4+6}{3} = 4$$

$$\bar{x}_2 = \frac{3+2+4}{3} = 3$$

$$\bar{x}_3 = \frac{5+6+8}{3} = 6{,}33$$

- **حساب الانحرافات المعيارية:**

$$\boldsymbol{\delta_{x_j}} = \sqrt{\frac{\sum(\boldsymbol{x_j} - \bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{j}})^2}{\boldsymbol{n}}}$$

$$\boldsymbol{\delta_{x_1}} = \sqrt{\frac{(2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2}{3}} = 1{,}63$$

$$\boldsymbol{\delta_{x_1}} = \sqrt{\frac{(3-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2}{3}} = 0{,}81$$

$$\boldsymbol{\delta_{x_1}} = \sqrt{\frac{(5-6{,}33)^2 + (6-6{,}33)^2 + (8-6{,}33)^2}{3}} = 1{,}59$$

- **المصفوفة المركزة:**

$$A_C = \begin{pmatrix} 2-4 & 3-3 & 5-6{,}33 \\ 4-4 & 2-3 & 6-6{,}33 \\ 6-4 & 4-3 & 8-6{,}33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}$$

2- حساب مصفوفة التباين والتباين المشترك:

$$V = \frac{1}{n} {A_C}^t A_C$$

$$V = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1{,}33 & -0{,}33 & 1{,}67 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 8 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 4{,}66 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}66 & 0{,}66 & 2 \\ 0{,}66 & 0{,}66 & 0{,}66 \\ 2 & 0{,}66 & 1{,}55 \end{pmatrix}$$

$$Trace(V) = \sum_{l\ldots 1}^{n} V_{ii} = 2.66 + 0.66 + 1.55$$

$$\boldsymbol{Trace(V) = 4,89}$$

3- حساب المساهمة المطلقة والنسبية في تشكيل المحاور.

$$\boldsymbol{T_a = \frac{\lambda_\alpha}{\sum_{i=1}^{\alpha} \lambda_\alpha}}$$

$\boldsymbol{\lambda_\alpha}$	$\boldsymbol{T_a}$	$\boldsymbol{\Sigma T_a}$
6,21	$\frac{6{,}21}{9} = 0{,}69$	$0{,}69 = 69\ \%$
2,54	$\frac{2{,}54}{9} = 0{,}28$	$0{,}69 + 0{,}28 = 0{,}97 = 97\ \%$
0,25	$\frac{0{,}25}{9} = 0{,}03$	$0{,}69 + 0{,}28 + 0{,}03 = 1 = 100\ \%$

4- احسب نسبة مساهمة المحاور في تمثيل الافراد $\boldsymbol{cos^2\,\theta_{i\alpha}}$

- **حساب مركبات الافراد على المحاور:**

$$\boldsymbol{F_\alpha = A_C U_\alpha}$$

$$\boldsymbol{F_1 = A_C U_1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}58 \\ 0{,}58 \\ 0{,}58 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1{,}93 \\ -\ 0{,}77 \\ 2{,}70 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_2 = A_C U_2} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -0{,}14 \\ 0{,}81 \\ -0{,}57 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}03 \\ -0{,}62 \\ -0{,}42 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_3 = A_C U_3} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1{,}33 \\ 0 & -1 & -0{,}33 \\ 2 & 1 & 1{,}67 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}80 \\ -0{,}02 \\ -0{,}60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}80 \\ 0{,}21 \\ 0{,}57 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_\alpha} = \begin{pmatrix} -1.93 & 1{,}03 & -0{,}_80 \\ -0{,}77 & -0{,}62 & -0{,}21 \\ 2.70 & -0{,}42 & 0{,}57 \end{pmatrix}$$

- نسبة مساهمة المحاور في تمثيل الافراد $\boldsymbol{cos^2\,\theta_{i\alpha}}$

$$\boldsymbol{cos^2\,\theta_{i\alpha} = \frac{F_\alpha^2(i)}{\sum_{\alpha=1}^{p} F_\alpha^2(i)}}$$

الفرد	الاول المحور $cos^2\ \theta_{i1}$	المحور الثاني $cos^2\ \theta_{i2}$	الثالث المحور $cos^2\ \theta_{i3}$
1	0,68	0,19	0,11
2	0,58	0,37	0 ,04
3	0,93	0,02	0,04

التعليق:

- يُظهر الفرد الأول ارتباطًا قويًا بالمحور الأول، حيث تساوي نسبة المساهمة حوالي 68%. هذا يعني أن المتغيرات التي يمثلها المحور الأول لها تأثير كبير على تمثيل هذا الفرد. أما المساهمات على المحورين الثاني والثالث أقل بكثير، مما يشير إلى أن الفرد الأول يتأثر بشكل أقل بالمتغيرات التي يمثلها هذان المحوران.

- يُظهر الفرد الثاني ارتباطًا معتدلًا بالمحور الأول، حيث تساوي نسبة المساهمة حوالي 58.%، وهناك أيضًا تأثير ملموس للمحور الثاني بنسبة 37%، مما يعني أن المتغيرات التي يمثلها المحور الثاني لها تأثير معتدل على تمثيل هذا الفرد. وبالتالي المساهمة على المحور الثالث منخفضة جدًا، مما يشير إلى أن هذا المحور له تأثير ضئيل على الفرد الثاني.

- يُظهر الفرد الثالث ارتباطًا قويًا جدًا بالمحور الأول، حيث تساوي نسبة المساهمة حوالي 93%. هذا يشير إلى أن المتغيرات التي يمثلها المحور الأول هي الأساس في تمثيل هذا الفرد. أما المساهمات على المحورين الثاني والثالث منخفضة جدًا، مما يعني أن هذين المحورين لهما تأثير ضئيل على تمثيل الفرد الثالث.

الخلاصة:

- **المحور الأول** يلعب دورًا رئيسيًا في تمثيل الأفراد الثلاثة، خاصةً الفردين الأول والثالث.
- **المحور الثاني** له تأثير معتدل على الفرد الثاني بينما تأثيره ضعيف على الأفراد الآخرين.
- **المحور الثالث** له تأثير ضئيل على جميع الأفراد.

حل التمرين الثاني: نريد اختبار ما إذا كانت هناك علاقة بين الجنس (رجال/نساء) وتوزيع العمالة في القطاعات الثلاثة باستخدام اختبار كاي تربيع.

- **الفرضيات:**

✓ **الفرضية الصفرية H_0 (Null Hypothesis) :**

الفرضية الصفرية تفترض أنه لا يوجد علاقة بين الجنس وتوزيع العمالة في القطاعات.

H_0 : لا يوجد علاقة بين الجنس وتوزيع العمالة في القطاعات الثلاثة عند معنوية إحصائية 0,05

✓ **الفرضية البديلة: H_1 (Alternative Hypothesis)**

الفرضية البديلة تفترض وجود علاقة بين الجنس وتوزيع العمالة في القطاعات.

H_1: يوجد علاقة بين الجنس وتوزيع العمالة في القطاعات الثلاثة عند معنوية إحصائية 0,05

$$F_e = \frac{\sum F_v \cdot \sum F_H}{\sum F}$$

$$F_{e11} = \frac{450 \cdot 1000}{2000} = 225 \quad F_{e12} = \frac{450 \cdot 1000}{2000} = 225 \quad F_{e13} = \frac{1100 \cdot 1000}{2000} = 500$$

$$F_{e21} = \frac{450 \cdot 1000}{2000} = 225 \quad F_{e22} = \frac{450 \cdot 1000}{2000} = 225 \quad F_{e23} = \frac{1100 \cdot 1000}{2000} = 500$$

حساب الترددات المتوقعة:

	القطاع الصناعي (C1 = 450)	القطاع الفلاحي (C2 = 450)	القطاع الخدماتي (C3 = 1100)	المجموع
الرجال (R1 = 1000)	$\frac{1000 \times 450}{2000} = 225$	$\frac{1000 \times 450}{2000} = 225$	$\frac{1000 \times 1100}{2000} = 550$	1000
النساء (R2 = 1000)	$\frac{1000 \times 450}{2000} = 225$	$\frac{1000 \times 450}{2000} = 225$	$\frac{1000 \times 1100}{2000} = 550$	1000
المجموع	450	450	1100	2000

$$\chi^2 = \sum \frac{(F_O - F_e)^2}{F_e}$$

أو

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

	التكرارات الفعلية (O)	التكرارات المتوقعة (E)	$(O-E)$	$(O-E)^2$	$\frac{(O-E)^2}{E}$
الرجال - صناعي	300	225	75	5625	$\frac{5625}{225}=25$
الرجال - فلاحي	200	225	-25	625	$\frac{625}{225}=2.78$
الرجال - خدماتي	500	550	-50	2500	$\frac{2500}{550}=4.55$
النساء - صناعي	150	225	-75	5625	$\frac{5625}{225}=25$
النساء - فلاحي	250	225	25	625	$\frac{625}{225}=2.78$
النساء - خدماتي	600	550	50	2500	$\frac{2500}{550}=4.55$

مجموع إحصائية كاي تربيع:

$$\chi^2 = 25+2.78+4.55+25+2.78+4.55 = \mathbf{64.66}$$

- **مقارنة مع القيمة الحرجة:**

- **درجات الحرية (df)** = (عدد الصفوف − 1) × (عدد الأعمدة − 1) = **2**
- باستخدام جدول كاي تربيع، نبحث عن القيمة الحرجة عند مستوى الثقة 0.05 ودرجات حرية 2:

القيمة الحرجة جداول توزيع كاي تربيع **{القيمة الحرجة}** = **5.991**

الاستنتاج:

بما أن χ^2**=64.66** وهي أكبر بكثير من القيمة الحرجة 5.991، نستنتج أن هناك علاقة ذات دلالة إحصائية بين الجنس وتوزيع العمالة في القطاعات الثلاثة.

حل التمرين الثالث:

التعليقات على الجداول:

- يوضح الجدول إحداثيات المتغيرات والمفردات الإحصائية بالنسبة للمحورين الأول والثاني.
- يمكن استخدام هذه الإحداثيات لرسم المتغيرات والمفردات الإحصائية على الرسم البياني لفهم توزيعها في فضاء المركبات الأساسية.
- يعتمد تحليل المركبات الأساسية على تحديد العلاقات بين المتغيرات وفهم التباين في البيانات.

التعليق على نتائج تحليل المركبات الأساسية(ACP)

.1مصفوفة الارتباطات(Matrice de corrélation)

توضح مصفوفة الارتباطات العلاقة بين المتغيرات الأربعة المختلفة:

- يوجد ارتباط قوي بين منظفات المطبخ ومنظفات آلات الغسيل.(r=0.881r = 0.881)
- يوجد ارتباط قوي بين منظفات الأرضيات ومنظفات آلات الأواني.(r=0.964r = 0.964)
- باقي الارتباطات تتراوح بين ضعيف ومتوسط.

.2التباين الإجمالي الموضح(Variance totale expliquée)

يوضح الجدول الثاني أن:

- المحور الأول (Component 1) يفسر 51.66% من التباين بعد الدوران.
- المحور الثاني (Component 2) يفسر 46.95% من التباين بعد الدوران.
- بالمجمل، يفسر المحوران الأول والثاني معًا 98.61% من التباين.

التعليق على الجدول والرسم البياني الاول:

من الجدول نلاحظ المساهمة النسبية والمطلقة قي تشكيل المحاور، وحسب **معيار كايزر** نختار القيمة الذاتية λ الأكبر من 1 وهنا نلاحظ مركبتين فقط تساهم في تشكيل المحاور، فقيمة $\lambda = 2,71$ مساهمتها النسبية تقدر ب 69,15 %بينما $\lambda = 1,17$ مساهمتها تقدر ب 29,45% ومجموعهما يقدر ب 98 %وهي أكبر من 75 % وهي كافية جدا للتعبير عن القيم الحقيقية للمعطيات.

.3مصفوفة الأوزان للمحاور(Component Matrix)

توضح الأوزان المخصصة لكل متغير على المحورين الأول والثاني:

- المحور الأول يتضمن معظم الأوزان من منظفات الأرضيات ومنظفات المطبخ.
- المحور الثاني يتضمن معظم الأوزان من منظفات الأرضيات ومنظفات الأواني.

.4- المفردات على المحاور(Component Scores)

توضح هذه القيم مقدار مساهمة كل ولاية في المحاور:

- الجزائر لديها قيم سالبة على المحورين مما يشير إلى أنها أقل في الأداء مقارنة بباقي الولايات.
- وهران لديها أعلى القيم على المحور الأول مما يشير إلى أداء جيد في مبيعاتها.
- قسنطينة لديها قيم متوسطة على كلا المحورين.
- عنابة لديها قيم سالبة جدًا على المحور الأول مما يشير إلى ضعف الأداء في مبيعاتها.

من خلال القيم المذكورة، يمكن رسم محاور ACP كما يلي:

- على المحور الأفقي(Component 1) ، نضع الولايات بحسب قيمها على هذا المحور.
- على المحور العمودي(Component 2) ، نضع الولايات بحسب قيمها على هذا المحور.

التعليق على الرسم الثاني على ضوء النتائج:

الولايات الأكثر استهلاكًا للمنظفات:

- **وهران** هي الولاية الأكثر استهلاكًا للمنظفات بشكل عام بناءً على إحداثياتها على المحور الأول، حيث لديها أعلى إحداثيات إيجابية. (412,5)
- **الجزائر** و**عنابة** هما الأكثر استهلاكًا، لكن بشكل سلبي بناءً على المحور الأول، مما يشير إلى استهلاك أقل مقارنة بوهران.
- **قسنطينة** تحتل مرتبة متوسطة بالنسبة لاستهلاك المنظفات.

أنواع المنظفات الأكثر استهلاكًا:

- **منظفات الأرضيات** (0.52)و**منظفات آلات الأواني** (0.51)تظهر بأنها قريبة جدًا من المحور الأول، مما يعني أنها الأكثر استهلاكًا في الولايات.
- **منظفات آلات الغسيل** (0.60−)تظهر بأنها قريبة من المحور الثاني، مما يعني أن هناك بعض الولايات تستهلكها بكميات كبيرة، لكنها ليست النوع الأكثر استهلاكًا.
- **منظفات المطبخ** (0.30−)تظهر بأنها الأقل استهلاكًا بشكل عام بين الأنواع المختلفة من المنظفات.

الرؤية العامة:

- **وهران** تبرز كأكثر ولاية تستهلك المنظفات بشكل كبير، وخاصة منظفات الأرضيات وآلات الأواني.
- **الجزائر** و**عنابة** قد تستهلكان المنظفات بكميات أقل نسبيًا مقارنة بوهران، لكن استهلاكهما يمكن أن يكون موزعًا على أنواع مختلفة من المنظفات.
- **قسنطينة** تقع في الوسط بين الولايات، مما يعني أنها تستهلك كمية متوسطة من المنظفات.
- من خلال هذه الإحداثيات، يمكن لمؤسسة التنظيف تحسين استراتيجيات التسويق والتوزيع الخاصة بها لتحقيق أفضل نتائج في كل ولاية.

خلاصة

- **الجزائر** :أداء ضعيف نسبيًا في المبيعات على كلا المحورين.
- **وهران** :أداء ممتاز في المبيعات خاصة على المحور الأول.
- **قسنطينة** :أداء مقبول إلى متوسط على كلا المحورين.
- **عنابة** :أداء ضعيف جدًا على المحور الأول مع قيم سلبية.

بناءً على هذه النتائج، يمكن للمؤسسة العمل على تحسين مبيعاتها في الولايات ذات الأداء الضعيف وتطوير استراتيجيات لتحسين المنتجات أو التسويق في تلك المناطق.