الإجابة النموذجية لمقياس إحصاء 3- سنة ثانية ليسانس علوم اقتصادية

حل التمرين الأول:

أولا: باستخدام توزيع ذي الحدين:

X: متغير عشوائي يمثل عدد المنتخبين الذين سوف يصوتون لصالح الحزب Y.

عدد المنتخبين الذين سوف يصوتون للحزب: يُمثل نجاحاً **P**.

عدد المنتخبين الذين لم يصوتوا للحزب: يُمثل فشلاً **q**.

$$\mathbf{P = 0,02 \quad q = 1 - p = 0,98 \quad n = 100}$$

- **دالة الكتلة الاحتمالية تكون بالصورة التالية:**

$$P(X = x_i) = \begin{cases} c_n^{x_i} . P^{x_i} . q^{n-x_i} & , S_i : X_i = 1,2, \dots \dots n \\ 0 & , \quad sinon \end{cases}$$

$$\boldsymbol{P(X = x_i) = \begin{cases} c_{100}^{x_i} . (0,02)^{x_i} . (0,98)^{100-x_i} & , S_i : X_i = 1,2, \dots \dots 100 \\ 0 & , \quad sinon \end{cases}}$$

- **حساب احتمال أن العينة تحتوي على 3 منتخبين سوف يصوتون لصالح الحزبY**

$$\mathbf{P\ (\ x=3\ )} = C_{100}^{3}\ (\ 0,04\ )^{3}\ (\ 0,96\ )^{97}$$

$$\mathbf{P\ (\ x=3\ ) = 0,1822}$$

- **حساب احتمال ولا واحد في العينة صوت للحزب Y:**

$$\mathbf{P\ (\ x=0\ )} = C_{100}^{0}\ (\ 0,04\ )^{0}\ (\ 0,96\ )^{100} = \mathbf{0,1327}$$

ثانيا: باستخدام توزيع هندسي

ان احتمال الحصول على الاتصال هو $\left(\frac{1}{2}\right)$ ، وعدد المحاولات اللازمة للحصول على أول اتصال هو المحاولة 5,_ومنه المتغير (x) يتبع توزيع هندسي : $\boldsymbol{X \rightarrow G(P)}$

- **كتابة دالة التوزيع الاحتمالي:**

$$\boldsymbol{p(X = x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} & , s_{i:\ x=1,2,3,\ \dots,\ 5} \\ 0, & sinon \end{cases}}$$

- **احتمال تحصيل الاتصال خلال المحاولة 5 :**

$$\boldsymbol{x \sim G\left(5, \frac{1}{2}\right)}$$

$$\mathbf{P\ (\ x = 5\ ) = \ (\ \frac{1}{2}\ )\ (\ \frac{1}{2}\ )^{5-1} = 0,03125\ .}$$

ثالثا: التوزيع المنتظم

(x): يمثل وقت الوصول الحقيقي لسيارة اجرة ما الى محطة المسافرين

(x): متغير عشواءي يتوزع وفق التوزيع المنتظم بالمعلمتين $\boldsymbol{\alpha = 0}$ و $\boldsymbol{\beta = 15}$

أي: $\boldsymbol{X \sim U(15,0)}$

- **كتابة دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي (x):**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta - \alpha} & ,\alpha \le x \le \beta \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{15} & ,0 \le x \le 15 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

- **حساب احتمال وصول السيارة خلال 5 دقائق الأخيرة:**

$$p(10 < x < 15) = \int_{10}^{15} \frac{1}{15} dx = F(15) - F(10)$$

$$p(10 < x < 15) = \left[\frac{x}{15}\right]_{10}^{15} = \left[\frac{15}{15} - \frac{10}{15}\right] = \frac{5}{15}$$

- **حساب القيمة المتوقعة والتباين لوصول الباخرة:**

← **المتوسط الحسابي:**

$$U_x = \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{0+15}{2} = 7.5\ min$$

← **التباين:**

$$\delta_x^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12} = \frac{(15-0)^2}{12} = 18,75$$

← **الانحراف المعياري:**

$$\delta_x = \frac{\beta-\alpha}{\sqrt{12}} = \frac{15-0}{\sqrt{12}} = 4,33$$

رابعا: مادام التوزيع متماثل فان القيم السالبة يمكن الحصول عليها كالتالي:

$$T(1-\alpha; v) = T(\alpha; v)$$

من جدول توزيع ستيودنت نجد:

T(0.05 ;12) = 1,782

T(0,025 ;20) = 2,086

T(0,975 ;15)= T(0,025 ;15) = -2,131

T(0,90 ;18)= T(0,10;18) = -1,734

حل التمرين الثاني: توزيع فوق هندسي

هنا، يكون عدد المديرين داخل الشركة محدودًا ب 30 مدير. 10 منهم من قسم المالية. وسيتم اختيار فريق من الأعضاء يتكون من 8.

بما أن اختيار العينة تم دون إرجاع فالتوزيع هو توزيع فوق الهندسي:

$$X \sim h(N_1, N - N_1, p)$$

$P = \frac{N1}{N} = . \frac{10}{30}$	N = 30	n = 8	$N_1 = 10$	$N - N_1 = 20$

$N - N_1$: مديرين من أقسام أخرى **N_1** : مديرين من قسم المالية

$$X \sim h\left(10, 20, \frac{10}{30}\right)$$

قانون التوزيع الاحتمالي فوق الهندسي

$$P(X = x) = \frac{C_{10}^{x} \; C_{20}^{8-x}}{C_{30}^{8}} \qquad ; x = 0, 1, 2, ..;30$$

← **احتمال احتواء الفريق على مديرين من قسم المالية:**

$$P(x=2) = \frac{C_{10}^{2} \; C_{20}^{8-2}}{C_{30}^{8}} = = \frac{\left(\frac{10!}{2!\;\;8!}\right)\left(\frac{20!}{6!\;\;14!}\right)}{\left(\frac{30!}{8!\;\;22!}\right)} = 0.298$$

حل التمرين الثالث: توزيع بواسوني

λ : متوسط عدد الطلبيات المسلمة للزبائن في اليوم

$$\lambda = 5$$

X : متغير عشوائي عبر الزمن، إذا فهو يتبع توزيع بواسوني

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

- **احتمال على الأقل تسليم 4 طلبيات للزبائن في اليوم:**

$$P(X \geq 4) = 1 - p(x<4)$$

$$P(X \geq 4) = 1 - [\,p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) + p(x=3)\,]$$

$$P(X \geq 4) = 1 - [(1+5+12{,}5+20{,}833) \cdot e^{-5}]$$

$$P(X \geq 4) = 0{,}7349 \quad .$$

- **احتمال أن يسلم 10 طلبيات للزبائن في الأسبوع الموالي:**

λ_2 **:** متوسط عدد الطلبيات المسلمة للزبائن في الأسبوع

$$\lambda_2 = \lambda \times 7 = 5 \times 7 = 35$$

نرمز للمتغير العشوائي الممثل لعدد الطلبيات في الأسبوع ب y وبالتالي فالاحتمال المطلوب:

$$P\ (\ Y = yi\ ) = \frac{\lambda i^{y} e^{-\lambda 2}}{y\ !}$$

$$\mathbf{p\ (\ Y = 10\ ) = \frac{35^{10} e^{-35}}{10\ !}}$$

$$\mathbf{p\ (\ Y = 10\ )} = 0{,}7601817002 \times e^{-44}$$

حل التمرين الرابع: يمكن حلها بتوزيع ثنائي الحد او فوق الهندسي

X : متغير عشوائي يشير إلى عدد المرضى الذين تمت مقابلتهم والذين جربوا العقار.

- **احتمال أن يكون اثنان من المرضى الذين تمت مقابلتهم قد جربوا العقار هو:**

بما أن اختيار العينة تم دون إرجاع فالتوزيع هو توزيع فوق الهندسي:

$$\boldsymbol{X \sim h(N_1, N - N_1, p)}$$

$\mathbf{P = \frac{N1}{N} = \frac{150}{300} = 0,50}$	N = 300	n = 5	$N_1 = 150$	$N - N_1 = 150$

$\mathbf{N - N_1}$: (لم يجربوا العقار) $\mathbf{N_1}$: (جربوا العقار بالفعل)

$$\boldsymbol{X \sim h(150, 150, 0.5)}$$

قانون التوزيع الاحتمالي فوق الهندسي

$$\mathbf{P\ (\ X = x) = \frac{C_{150}^{x}\ C_{150}^{5-x}}{C_{300}^{5}}}\ \ \mathbf{...;\ x = 0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ .....5}$$

$$\mathbf{P\ (\ X = 2) = \frac{C_{150}^{2}\ C_{150}^{5-2}}{C_{300}^{5}} = 0,3146}$$

الطريقة الثانية: نستخدم توزيع ذي الحدين لحساب الاحتمال:

$$\mathbf{P = 0,5 \quad q = 1 - p = 0,5 \quad n = 5}$$

- **دالة الكتلة الاحتمالية تكون بالصورة التالية:**

$$P(X = x_i) = \begin{cases} c_n^{x_i} . P^{x_i} . q^{n - x_i} & , S_i : X_i = 1,2, \dots \dots n \\ 0 & , \quad sinon \end{cases}$$

$$P(X = x_i) = \begin{cases} c_5^{x_i}.(0,5)^{x_i}.(0,5)^{5-x_i} & , S_i: X_i = 1, 2, \dots \dots 5 \\ 0 & , \quad sinon \end{cases}$$

- **حساب احتمال أن يكون اثنان من المرضى الذين تمت مقابلتهم قد جربوا العقار هو:**

$$\mathbf{P\ (\ x=2\ )} = c_5^2.\ (\ 0{,}5\ )^2\ (\ 0{,}5\ )^{5-2}$$

$$\mathbf{P\ (\ x=2\ ) = 10}\ (\ 0{,}5\ )^2\ (\ 0{,}5\ )^3$$

$$\mathbf{P\ (\ x=2\ ) = 10.(0.25)\ (0.125)}$$

$$\mathbf{P\ (\ x=2\ ) = 0.3125}$$

إذن، احتمال أن يكون اثنان من المرضى الذين تمت مقابلتهم قد جربوا العقار **%31,25**

حل التمرين الخامس: توزيع طبيعي

1. **احتمال أن يكمل الطلاب امتحانهم بين 125و 150 دقيقه:**

$$\mathbf{P(125 \le X \le 150)= ?}$$

$$P(125 \le X \le 150) = P\left(\frac{125-150}{30} \le \frac{x-\mu}{\sigma} \le \frac{150-150}{30}\right)$$

$$P(125 \le X \le 150) = \ \mathrm{P}(-0.83 \le Z \le 0)$$

$$P(125 \le X \le 150) = \ \mathrm{P}(\ Z\ \le\ \ 0\ )\text{-}\mathrm{P}(\ Z\ \le\ \ -0.83\ )$$

$$P(125 \le X \le 150) = \ 0.5\ 000\ \ -(1-\ 0{,}7967)$$

$$\boldsymbol{P(125 \le X \le 150)}= 0{,}5000 -\ 0.2033\ \ \ = \ \mathbf{0.2967}$$

وعليه يمكن القول أن احتمال إكمال الطلاب لامتحانهم في فتره زمنيه تتراوح بين 125 و 150 دقيقه هو **29.7 % .**

2. **عدد الطلاب الذين أكملوا امتحانهم في وقت يزيد على 195 دقيقة:**

أولا نحسب احتمال أن يكمل الطلاب اختبارهم على الأقل في وقت 195 دقيقه .

$$\boldsymbol{P(X \ge 195)} = ?$$

$$P(X \ge 195) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \ge \frac{195-150}{30}\right)$$

$$P(X \ge 195) = \ \mathrm{P}(Z \ge 1.5)\ \ \ = \ \ 1\text{-}\ \mathrm{P}(Z \le 1.5)$$

$$\boldsymbol{P(X \ge 195)} = 1\text{-}0.9332 = \mathbf{0.0668}$$

أي أن احتمال أن يكمل الطلاب اختيارهم في وقت يزيد على 195 دقيقه هو 6.7 %تقريباً.

$$\textbf{عدد الطلاب الكلي} \times \boldsymbol{P(X \ge 195)}$$

$$\mathbf{1000 \times 0.0668 = 66.8 \approx 66}\textbf{طالب}$$

اذن 66 طالب ينهون اختيارهم في وقت يزيد على 195 دقيقه