جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

السنة الجامعية: 2024 - 2025
المستوى: الثانية علوم تجارية
المدة: ساعة ونصف

يوم: 2025/01/18

إمتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

التمرين الأول: (08 نقاط)

مجموعة من المرضى تتكون من 15 شخص، تتضمن 07 رجال، 05 نساء و 03 أطفال، حيث نقوم باختيار عينة منهم مكونة من 03 أشخاص للمباشرة في الفحص الطبي، نفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الأطفال في العينة.

المطلوب:

1 - حدد فراغ الحوادث الأولية أي المجموعة Ω؟؛
2 - حدد قانون التوزيع الاحتمالي (دالة الاحتمال) للمتغير العشوائي X؟؛
3 - أحسب الاحتمالات التالية:
أ - ما هو احتمال أن يكون في العينة على الأقل طفل؟؛
ب -ما هو احتمال أن يكون في العينة طفلين على الأكثر؟؛
ت -ما هو احتمال أن يكون في العينة طفلين فأكثر؟.
4 - حدد تابع (دالة) التوزيع، ومثله بيانيا؟؛
5 - أحسب الأمل الرياضي (التوقع)، التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X؟.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في أحد البنوك، وحسب الخبرة والتجربة الواقعية في الماضي، فإن البنك يستلم في المتوسط 05 شيكات بدون رصيد في اليوم.

المطلوب:

1 - ما هي طبيعة المتغير العشوائي هنا، وما هو نوع التوزيع الاحتمالي الخاص بهذا المتغير؟؛
2 - كتابة شكل دالة كثافة الاحتمال؟؛
3 - ما هو احتمال أن يستلم البنك:
أ - 06 شيكات بدون رصيد في اليوم الموالي؟؛
ب - على الأقل 04 شيكات بدون رصيد في اليوم الموالي؟.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

يتم استقبال العديد من المكالمات الهاتفية في مركز للحماية المدنية لطلب النجدة، ففي كل مكالمة هناك احتمال 75 % أن تكون الحالة تستحق التدخل من قبل أعوان الحماية المدنية، ففي فترة زمنية معينة تم استقبال 70 مكالمة هاتفية.

المطلوب:

1 - هذا التوزيع هو ثنائي الحد، فلا يمكن تقريبه للتوزيع البواسوني، لماذا؟؛
2 - أوجد الاحتمالات التالية وذلك بتقريب التوزيع ثنائي الحد للتوزيع الطبيعي:
أ - احتمال أن تكون هناك 60 مكالمة هاتفية تستحق التدخل؟؛
ب - احتمال أن تكون هناك 50 مكالمة هاتفية على الأكثر تستحق التدخل؟؛
ت - احتمال أن تكون هناك أكثر من 45 وأقل من 65 مكالمة هاتفية تستحق التدخل؟.

ملاحظة: الجدول الإحصائي Z خلف الورقة.

بالتوفيق/ د. حمبلي زهير

يوم: 2025/01/18

الإجابة النموذجية لامتحان الدورة العادية في مقياس الإحصاء 3

التمرين الأول	النقاط

الحل:

1

1/ تحديد فراغ الحوادث الأولية: $\Omega=\{0, 1, 2, 3\}$

2/ تحديد قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X:

$$p(X=0)=\frac{C_{12}^{3}}{C_{15}^{3}}=\frac{\frac{12!}{3!\times(12-3)!}}{\frac{15!}{3!\times(15-3)!}}=\frac{2\times 11\times 10}{5\times 7\times 13}=\frac{220}{455}$$

1

$$p(X=1)=\frac{C_{3}^{1}\times C_{12}^{2}}{C_{15}^{3}}=\frac{3\times\frac{12!}{2!\times(12-2)!}}{455}=\frac{3\times 6\times 11}{455}=\frac{198}{455}$$

$$p(X=2)=\frac{C_{3}^{2}\times C_{12}^{1}}{C_{15}^{3}}=\frac{3\times 12}{455}=\frac{36}{455}$$

$$p(X=3)=\frac{C_{3}^{3}}{C_{15}^{3}}=\frac{1}{455}$$

ويمكن تلخيص قانون التوزيع الاحتمالي في الجدول الآتي:

1

X	0	1	2	3	Σ
$P(X)$	$\frac{220}{455}$	$\frac{198}{455}$	$\frac{36}{455}$	$\frac{1}{455}$	1

3/ احتمال أن يكون في عينة على الأقل طفل مريض:

1

$$p(X\geq 1)=p(X=1)+p(X=2)+p(X=3)$$
$$=\frac{198}{455}+\frac{36}{455}+\frac{1}{455}=\frac{235}{455}$$

4/ احتمال أن يكون في عينة طفلين على الأكثر مريض:

1

$$p(X\leq 2)=p(X=0)+p(X=1)+p(X=2)$$
$$=\frac{220}{455}+\frac{198}{455}+\frac{36}{455}=\frac{454}{455}$$

تابع.......

5/ احتمال أن يكون في عينة طفلين فأكثر مريض:

1

$$p(X\geq 2)=p(X=2)+p(X=3)$$
$$=\frac{36}{455}+\frac{1}{455}=\frac{37}{455}$$

6/ تحديد تابع (دالة) التوزيع وتمثيله بيانيا:

$F(X)=P(X<0)=0$ .... $(X<0)$

$F(X)=P(X\leq 0)=P(X=0)=\frac{220}{455}$ .... $(0\leq X<1)$

$F(X)=P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{220}{455}+\frac{198}{455}=\frac{418}{455}$ .... $(1\leq X<2)$

$F(X)=P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$

$=\frac{220}{455}+\frac{198}{455}+\frac{36}{455}=\frac{454}{455}$ .... $(2\leq X<3)$

$F(X)=P(X\leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$

$=\frac{220}{455}+\frac{198}{455}+\frac{36}{455}+\frac{1}{455}=1$ .... $(X\geq 3)$

ويمكن تلخيص قيم تابع التوزيع الاحتمالي كما في الجدول الآتي:

0.5

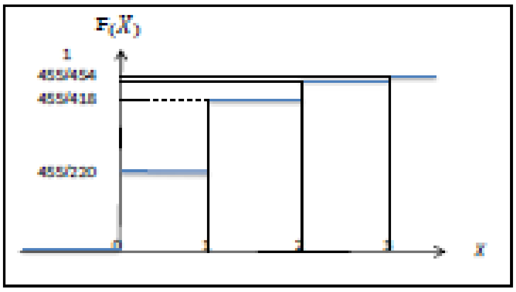
X	0	1	2	3
$F(X)$	$\frac{220}{455}$	$\frac{418}{455}$	$\frac{454}{455}$	1

وعليه يمكن تلخيص قيم تابع التوزيع الاحتمالي كالآتي:

0.25

$$F(X)=\begin{cases}0 & \text{..........} (X<0)\\ \frac{220}{455} & \text{..........} (0\leq X<1)\\ \frac{418}{455} & \text{..........} (1\leq X<2)\\ \frac{454}{455} & \text{..........} (2\leq X<3)\\ 1 & \text{..........} (3\leq X)\end{cases}$$

التمثيل البياني لتابع التوزيع:



0.25

الجزء: **05**

8/ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} (X_i . P_i)$$

0.5

$$= \left(0 \times \frac{220}{455}\right) + \left(1 \times \frac{198}{455}\right) + \left(2 \times \frac{36}{455}\right) + \left(3 \times \frac{1}{455}\right)$$

$$= \frac{273}{455} = 0{,}6$$

التباين للمتغير العشوائي X هو:

0.25

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{n} (X_i^2 . P_i)$$

0.25

$$= \left(0^2 \times \frac{220}{455}\right) + \left(1^2 \times \frac{198}{455}\right) + \left(2^2 \times \frac{36}{455}\right) + \left(3^2 \times \frac{1}{455}\right)$$

$$= \frac{351}{455} \approx 0{,}7714$$

ومنه نجد أن: $V(X) = 0{,}7714 - 0{,}6^2 = 0{,}7714 - 0{,}36 = 0{,}4114$

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو: $\sigma(X) = \sqrt{v(X)} = \sqrt{0{,}4114} \approx 0{,}6414$

المجموع	08

التمرين الثاني	النقاط

1 - طبيعة المتغير: عشوائي متقطع. 1

نوعه: التوزيع البواسوني. 1

2 - تحديد دالة الكثافة الاحتمالية:

نلاحظ أن هذه التجربة الاحتمالية تتبع توزيع بواسون، حيث المتغير العشوائي يمثل عدد الشبكات بدون رصيد في اليوم، ونرمز له بـ X، و $\lambda = 5$ هو متوسط عدد الشبكات بدون رصيد في اليوم، وبالتالي الاحتمال المطلوب هو: 1

$$p(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

3 - تحديد الاحتمالات:

1

$$\Rightarrow p(X = 6) = \frac{5^6 e^{-5}}{6!} \approx \frac{105{,}280}{720} \approx 0{,}1462$$

2/ احتمال أن يحصل على الأقل 4 شبكات بدون رصيد في اليوم الموالي هو:

1

$$\Rightarrow p(X \geq 4) = 1 - p(X < 4) = 1 - [p(0) + p(1) + p(2) + p(3)]$$

1	$= 1 - \left[\frac{5^0 e^{-5}}{0!} + \frac{5^1 e^{-5}}{1!} + \frac{5^2 e^{-5}}{2!} + \frac{5^3 e^{-5}}{3!}\right]$ $= 1 - (1 + 5 + 12{,}5 + 20{,}833) \times e^{-5} \approx 0{,}7349$	
06	المجموع	

النقاط	التمرين الثالث	
	1 - لأن شروط التقريب للتوزيع البواسوني غير محققة، وشروط التقريب للتوزيع الطبيعي محققة وفق ما يلي:	
1	نلاحظ أن هذه التجربة الاحتمالية تتبع في الأصل توزيع ثنائي الحد، حيث: n=70، p=0,75، q=0,25، وعند استخدام قانون ثنائي الحد، فإن القيام بالعمليات الحسابية صعب جدا، لذلك ينبغي تقريب هذا التوزيع إلى توزيع آخر. ونلاحظ أن تقريب توزيع ثنائي الحد إلى توزيع بواسون لا تتوفر فيه الشروط، لأن: n=70≥30، لكن شرط np≤5 غير محقق، لأن: np=70×0,75 =52,5>5.	
1	أما شروط التقريب إلى التوزيع الطبيعي فهي متوفرة، حيث: n=70≥30، np=52,5≥5، nq=17,5≥5، حيث يكون: $\mu = E(X) = np = 52{,}5$	
	2 -تحديد مختلف الاحتمالات بالتقريب للتوزيع الطبيعي: أما شروط التقريب إلى التوزيع الطبيعي فهي متوفرة، حيث: n=70≥30، np=52,5≥5، nq=17,5≥5، حيث يكون: $\mu = E(X) = np = 52{,}5$	
1	$\sigma^2 = V(X) = npq = 70 \times 0{,}75 \times 0{,}25 = 13{,}125$ 1/ احتمال أن يكون 60 مكالمة تستحق التدخل: $p(X = 60) = p(59{,}5 < X < 60{,}5)$	
1	$= p\left(\frac{59{,}5 - 52{,}5}{\sqrt{13{,}125}} < Z < \frac{60{,}5 - 52{,}5}{\sqrt{13{,}125}}\right)$ $= p(1{,}93 < Z < 2{,}21)$ $= p(0 < Z < 2{,}21) - p(0 < Z < 1{,}93) = 0{,}4864 - 0{,}4732 = 0{,}0132$	
1	2/ احتمال أن تكون 50 مكالمة هاتفية على الأكثر تستحق التدخل: $p(X \leq 50) = p(X \leq 50{,}5)$ $= p\left(Z < \frac{50{,}5 - 52{,}5}{\sqrt{13{,}125}}\right)$ $= p(Z < -0{,}55) = p(Z > 0{,}55)$ $= 0{,}5 - p(0 < Z < 0{,}55) = 0{,}5 - 0{,}2088 = 0{,}2912$	
	3/ احتمال أكثر من 45 وأقل من 60 مكالمة هاتفية تستحق التدخل: $p(45 < X < 60) = p(45{,}5 < X < 59{,}5)$	

	$$= p\left(\frac{45{,}5-52{,}5}{\sqrt{13{,}125}} < Z < \frac{59{,}5-52{,}5}{\sqrt{13{,}125}}\right)$$ $$= p(-1{,}93 < Z < 1{,}93) = 2p(0 < Z < 1{,}93) = 2 \times 0{,}4732 = 0{,}9464$$ **ملاحظة: الاحتمال الأخير محصور بين 45 و65 وحسابه بنفس الطريقة مع وجوب تصحيح الاستمرارية والنتيجة النهائية للاحتمال هي 0,9727.**	1
	المجموع	**06**

انتهى