جامعة العربي بن مهيدي أم البواقي كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

الامتحان النهائي في مقياس الإحصاء 02 يوم الخميس 16 ماي 2024 المدة: ساعة ونصف

++++++++++++++++++++++++++

❖ **تمرين-1 (4 نقاط) .....الإجابة على الصفحة الأولى من ورقة الإجابة**

1-1- إقترح عليك كمال اللعبة التالية (و يجب أن تلعب) بأن تقوم برمي حجري نرد منتظمين، فإذا حصلت على ستة مزدوجة (**الرقم 6 على كل نرد**)، ستربح **10 000 د.ج** و دون ذلك ستخسر **100 د.ج** (ستدفعها لكمال). هل تعتقد أن اللعبة المقترحة عادلة؟ و إن كانت غير ذلك فهي لصالح من؟ (ارمز للربح بـ B و للخسارة بـ P ولعائد اللعبة بـ G).

2-1- بفرض أنه لديك التابع (الدالة) المقابل (ة): **المطلوب:** أحسب الاحتمال التالي: $P(1 \le x \le 2)$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{3} & ; -1 \le x \le 2 \\ 0 & ; \ x \notin [-1\ ;\ 2]\end{cases}$

=======++++++=====++++++=======

❖ **تمرين- 2 (5 نقاط)..... الإجابة على الصفحة الثانية من ورقة الإجابة**

2 -1- قام خالد بمقاضاة مقاول بسبب عدم الالتزام بما ورد بعقد البناء. إذا كسب (ربح) خالد القضية، فسيحصل على **100 000**د.ج. و كان لخالد خيارين بين محاميين اثنين (كل واحد منهما له فرصة **80**٪ للفوز بالقضية).

- المحامي الأول يطالب بمبلغ **12 000** د.ج كرسوم ثابتة. (بغض النظر عن نتيجة القضية: كسبها أم فشل في ذلك)
- المحامي الثاني يطلب **30%** من المبلغ في حالة الفوز بالقضية ولا شيء في حالة الفشل.

المطلوب: من هو المحامي الذي يجب أن تنصح به خالد لتحقيق أقصى قدر من الربح المتوقع؟

2-2-أ- حدد قيمة الثابت C في التابع المقابل حتى يكون التابع المعطى تابع كثافة. ب _ أحسب الاحتمال التالي: $P(X=1)$	$f(x)=\begin{cases}\frac{c}{2}x^3 & ; \ 0 \le x \le 2 \\ 0 & ; \ x \notin [0\ ;\ 2]\end{cases}$

=======++++++=====++++++=======

❖ **تمرين-3 (3 نقاط)..... الإجابة على النصف الأول فقط من الصفحة الثالثة من ورقة الإجابة**

لدينا صندوقان: يحتوي الصندوق الأول C1 على 2 كرة بيضاء (B) و 4 كرات حمراء (R) ، بينما يحتوي الصندوق الثاني C2 على كرة واحدة بيضاء (1) و كرة واحدة حمراء. سحبنا كرة من C1 و وضعناها في الصندوق الثاني C2 دون أن نعرف لونها. ثم سحبنا كرة من C2. **المطلوب:** ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من C2 بيضاء؟

=======++++++=====++++++=======

❖ **تمرين-4 (6 نقاط)..... الإجابة على النصف الثاني من الصفحة الثالثة و الرابعة من ورقة الإجابة**

صندوق به 7 زجاجات ماء 4 بن هارون (B) و 3 سعيدة (S) . سحبنا زجاجتين (2) دون إعادة. بفرض أن م،ع X يمثل النوع "بن هارون (B)"، **المطلوب :** 1- أدرج قانون التوزيع الاحتمالي لـ م، ع X ومثله بيانيا.

2- ما هو احتمال عدم سحب أي زجاجة من ماء سعيدة (S).

3- أدرج تابع التوزيع لـ م، ع X و مثله بيانيا.

4- أحسب التوقع الرياضي و التباين لـ م، ع X.

ملاحظة:

يتم منح علامتين لكل طالب(ة) إلتزم (ت) بالتنظيم المطلوب.

بالتوفيق (لجنة المقياس)

حل امتحان نظرية الإحتمالات س2 ليوم 16 ماي 2024

+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+

السؤال الأول : 4نقاط

*1 -1- لنرج فراغ امكانات التجربة : $\Omega = \{(1;1),(1;2),(1;3),...,(6;6)\}$

هناك 36حالة ممكنة من ضمنها

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	...			(1,6)
2	(2,1)					(2,6)
3	(3,1)					
4	.					
5					(5,5)	
6	(6,1)					(6,6)

- حالة و احدة من بين 36 حالة يبرز فيها الرقم 6 على الوجهين .فيكون هناك ربح يحققه الرامي و يدفعه كمال :

- $P(G) = \frac{1}{36} = P(10000)$

و باقي الحالات الممكنة (35 =1-36) 35حالة تكون بها خسارة من طرف الرامي و هي ربح يتحصل عليه كمال :

$P(P) = \frac{35}{36} = P(-100)$ و يكون قانون التوزيع الاحتمالي للعبة كما يلي :

xi	+10 000	-100
pi	1/36	35/36

لمعرفة عدالة اللعبة من عدمها يتوجب حساب التوقع الرياضي لهذه اللعبة من وجهة نظر الرامي تماشيا مع اقتراح كمال .

يلاحظ ان :

اللعبة غير عادلة و هي لصالح الرامي (أي في غير صالح كمال مقترح اللعبة) إذ يحقق الرامي ربح في المتوسط قدره 180,56 د.ج في المتوسط بعد عدد كبير من الرميات .

$$E(G) = \frac{1}{36}.(10000) + \frac{35}{36}.(-100)$$
$$= 277,778 - 97,222$$
$$\approx 180,56 \text{ د.ج}$$

- **س2-2 :**

في التمرين و ردت عبارة تابع (دالة) و لا نعرف هل هو تابع كثافة ام لا ؟و عليه و قبل حساب الاحتمال المطلوب نتأكد اولا انه تابع كثافة .

يكون التابع تابع كثافة إذا حقق الخاصيتين (الشرطين) :	$*f(x) \geq 0$ $*\int_D f(x)dx = 1$

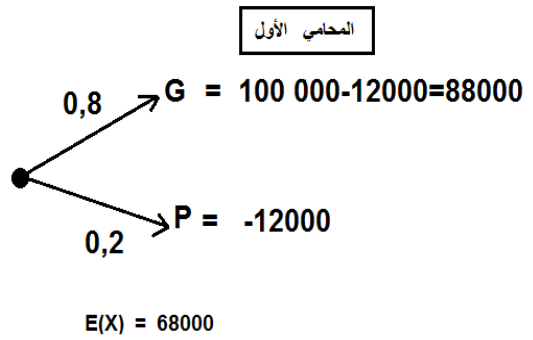
من خلال تطلعنا إلى الدالة نلاحظ ان الشرط (الخاصية) الأول غير محقق ، بالفعل إذا أخذنا القيمة 1-مثلا و هي من مجال تعريف الدالة فإن : $f(x) = -1/3$ و بالتالي فالتابع المعطى تابع رياضي و ليس تابع كثافة .

- بما ان التابع (الدالة)ليس بتابع كثافة فلا يمكننا حساب الاحتمال المطلوب : $P(1 \leq x \leq 2)$

السؤال الثاني (5 نقاط)

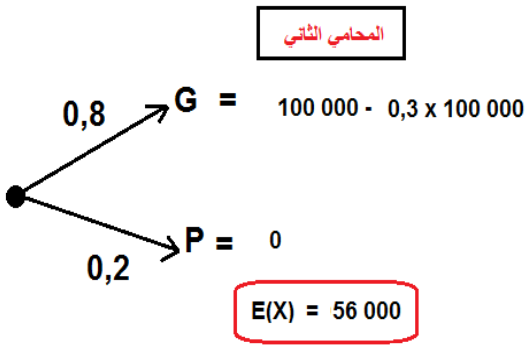
*2-1- نقوم بإدخال متغير عشوائي ثم نقوم بتحديد قانون هذا المتغير:

- في البداية نقوم بتحديد المتغير العشوائي من منظور المحامي الأول و من ثم التوقع الرياضي للعائد



xi	-12000	+88000
$P_{(G=ki)}$	0,2	0,8
PiXi	- 2400	70400

نعتمد نفس المنهجية السابقة و نحدد المتغير العشوائي من منظور المحامي الثاني و من ثم التوقع الرياضي للعائد



xi	0	+70000
$P_{(G=ki)}$	0,2	0,8
PiXi	0	56 000

و بما أم الأمر يتمثل في تعظيم العائد بالنسبة لخالد فإن أكبر عائد هو ما يمكن تحقيقه مع المحامي الأول : و مقداره 68000دج.

2-2- إن طلب تحديد C حتى يكون التابع المعطى تابع كثافة يعني :

$$\int_0^2 \frac{c}{2}.x^3.dx = 1 \Rightarrow \frac{c}{2}.\frac{x^4}{4}\Big]_0^2 = 1$$

$$cx^4 = 8 \Rightarrow 2^4 c = 8 \Rightarrow c = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

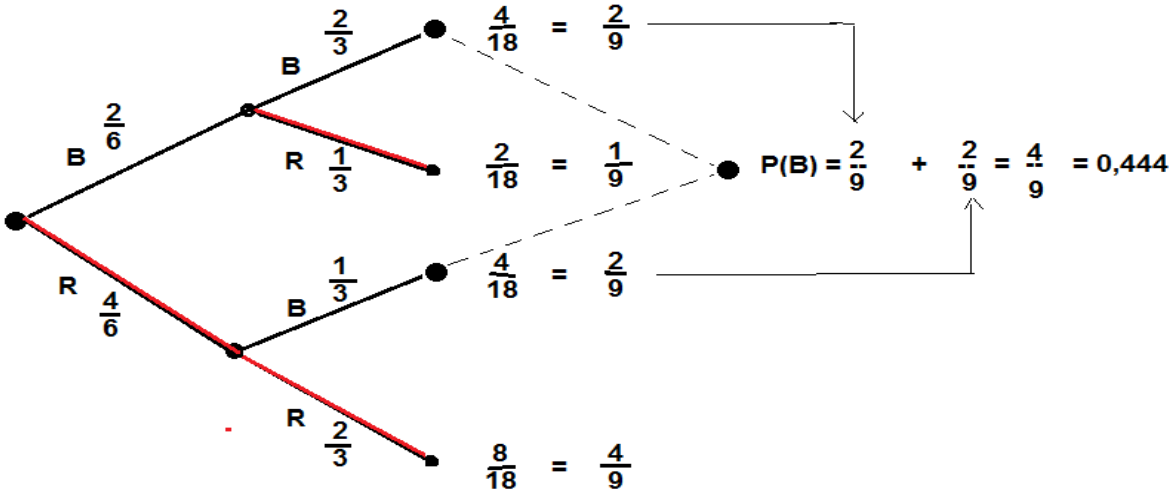
و منه : تابع الكثافة يكون كما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{0,5}{2}x^3 & ,0 \le x \le 2 \\ 0 & for\ all \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^3 & ,0 \le x \le 2 \\ 0 & for\ all \end{cases}$$

بما ان X مستمر فإن احتمال النقطة يساوي الصفر ومنه :

$$P(X = 1) = 0$$

السؤال الثالث (3 نقاط)

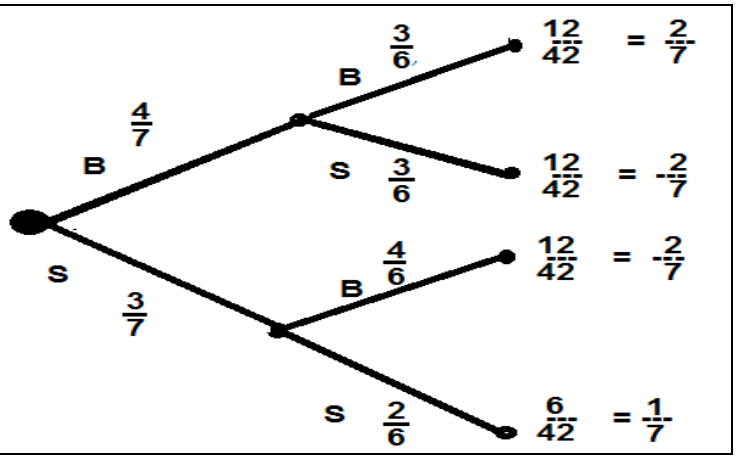


- **السؤال الرابع (6نقاط)**
  - لندرج فضاء التجربة : $\Omega=\{(S;S),\ (S;B)\ ,(B;S),(B;B)\}$
  - بدلالة B يكون مجال التجربة : $\Omega_X=\{0;\ 1\ ;\ 2\}$
  - قبل إدراج جدول $\Omega_X=\{0;\ 1\ ;\ 2\}$قانون التوزيع الاحتمالي لـ م .ع .X نقوم بحساب الاحتمالات المقابلة لهذا المتغير بدلالة مجاله . و هناك طريقتان إما حسابيا باعتماد التحليل التوافقي أو باعتماد شجرة الاحتمال و ذلك كما يلي :

$$P(X=0)=\frac{C_4^0.C_3^2}{C_7^2}=\frac{1x3}{21}=\frac{1}{7}$$

$$P(X=1)=\frac{C_4^1.C_3^1}{C_7^2}=\frac{4x3}{21}=\frac{4}{7}$$

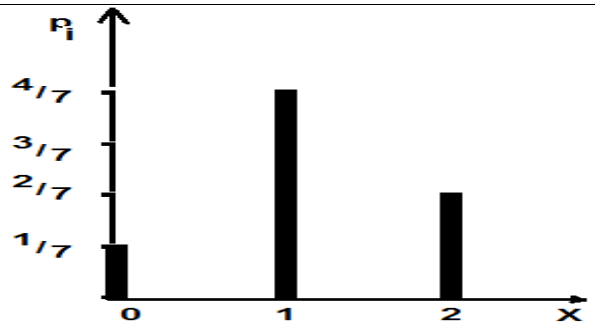
$$P(X=2)=\frac{C_4^2.C_3^0}{C_7^2}=\frac{6x1}{21}=\frac{2}{7}$$



ومنه فإن جدول قانون التوزيع الاحتمالي لـ م ع x هو كما يلي :

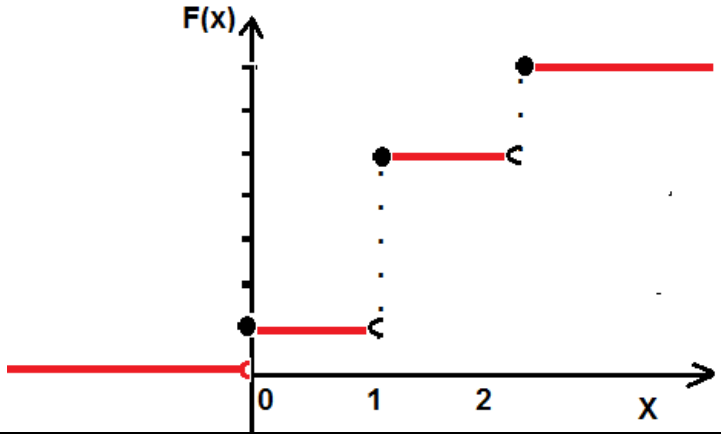
xi	0	1	2
pi	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

و يمثل قانون التوزيع الاحتمالي بيانيا بالأعمدة كما يلي :



2 عدم سحب اي زجاجة من ماء سعيدة يعني الزجاجتين هما من ماء بن هارون و الاحتمال موجود بالجدول: $P(B,B)=P(X=2) = 2/7 = 0,286$

3- لندرج تابع التوزيع F(x) و تمثيله البياني :

تابع التوزيع F(X)	التمثيل البياني لتابع التوزيع F(x) .
$F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{7} & 0\le x<1 \\ \frac{5}{7} & 1\le x<2 \\ 1 & x\ge 2 \end{cases}$	

4-لنحسب التوقع الرياضي ؛

$$E(X)=\left((0x\frac{1}{7})+(1x\frac{4}{7})+(2x\frac{2}{7})\right)=\frac{8}{7}\approx 1,143$$

لنحسب التباين ، من خلال ، مثلا الصيغة المختصرة له :

$$V(X)=\sum pi..x_i^2-(E(x))^2$$

لنحسب العزم من الدرجة الثانية ، مع العلم ان التوقع قد حسب و يكفي تربيعه .

$$\sum p_i.x_i^2=\left((0x\frac{1}{7})+(1x\frac{4}{7})+(4x\frac{2}{7})\right)=\frac{12}{7}\approx 1,714$$

و منه :

$$V(X)=\sum pi..x_i^2-(E(x))^2=\frac{12}{7}-\left(\frac{8}{7}\right)^2$$

$$=\frac{84}{49}-\frac{64}{49}=\frac{20}{49}$$

$$=1,714-(1,143)^2$$

$$=1,714-1,306\approx 0,408$$

ملاحظة : طبعا حاولنا اعتماد حل مع الشرح ، و ذكر اكثر من طريقة عند الضرورة حتى يستفيد الطالب في المستقبل , لكن في الامتحان الطالب غير معني بكل هذه الشروح . يكفي انه يعرف ما يقوم به عند حل التمارين التي يتكون منها الامتحان .