



## امتحان السداسي الثالث في مقياس أساسيات بحوث العمليات

### التمرين الأول:

احدى الشركات تقوم بإنتاج أنواع مختلفة من الأسمدة الزراعية، حيث تلقت هذه المؤسسة طلبية للحصول على 24000 كيلوغرام من سماد معين. يتكون هذا النوع من السماد من ثلاثة مركبات هي: A، B و C، والمواصفات المطلوبة لذلك السماد كما وردت في الطلبية كما يلي:

- يجب أن يحتوي السماد على الأقل 6000 كيلوغرام من المركب B.
- يجب ألا يحتوي السماد على أكثر 8000 كيلوغرام من المركب A.
- يجب أن يحتوي السماد على الأقل 4000 كيلوغرام من المركب C.

فإذا علمت أن تكلفة الكيلوغرام من المركب A تساوي 04 وحدة نقدية، وتكلفة الكيلوغرام من المركب B تساوي 06 وحدة نقدية، وتكلفة الكيلوغرام من المركب C تساوي 08 وحدة نقدية.

المطلوب:

- أكتب البرنامج الخطي الموافق لهذا المسألة والذي من شأنه أن يعطي للمؤسسة أقل التكاليف.

### التمرين الثاني:

ليكن لديك البرنامج الخطي الموالي الذي يعبر عن مخطط انتاجي لشركة ما:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 5x_1 + 4x_2 \\ \begin{cases} 6x_1 + 4x_2 &\leq 24 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_2 - x_1 &\leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

المطلوب:

1. أوجد منطقة الحلول العملية الممكنة.
2. ما هي إحداثيات نقطة الحل الأمثل؟
3. حدد طبيعة الموارد ولماذا؟
4. ما هي أقصى زيادة يمكن أن تكون في المورد أو القيد الأول وما تأثيرها على دالة الهدف؟

### التمرين الثالث:

إليك البرنامج الجدول الموالي والذي يعبر عن الحل الأولي الأساسي لبرنامج خطي لمسألة ما تريد من خلاله مؤسسة السلام تعظيم رقم الأعمال.

|                   | $c_j$                | 2     | 4     | 0     | 0     |      |
|-------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|------|
| (C <sub>b</sub> ) | عمود الاساس<br>$X_b$ | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | الحل |
| 0                 | $S_1$                | 1     | 2     | 1     | 0     | 5    |
| 0                 | $S_2$                | 1     | 1     | 0     | 1     | 4    |
| $Z_j$             |                      | 0     | 0     | 0     | 0     | 00   |
| $C_j - Z_j$       |                      | 2     | 4     | 0     | 0     |      |

المطلوب:

1. أكتب البرنامج الخطي الموافق لهذا الجدول.
2. أوجد الكميات من  $X_1$  و  $X_2$  التي تعطينا حلا مثاليا لهذا البرنامج باستخدام طريقة السمبلكس.

## الإجابة النموذجية لامتحان السداسي الثالث في مقياس أساسيات بحوث العمليات

### حل التمرين الأول: 5.5 نقطة

كتابة البرنامج الخطي الموافق لهذا المسألة والذي من شأنه أن يعطي للمؤسسة أقل التكاليف:

نرمز لـ: المركب A بـ  $x_1$ ، المركب B بـ  $x_2$ ، والمركب C بـ  $x_3$ .

أولا دالة الهدف: 0.75 نقطة

هي عبارة عن دالة للتكاليف وبالتالي دالة تدنئة: تكتب بالشكل الرياضي الموالي

$$\text{Min} = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3$$

ثانيا القيود: عدد القيود 04 وتكتب بالشكل الرياضي الموالي

القيد الأول: يعبر عن الوزن اللازم توفره في الطلبية 0.75 نقطة

$$x_1 + x_2 + x_3 = 24000$$

القيد الثاني: يعبر عن جم السماد من المركب B الذي يجب توافره على الأقل في الطلبية 0.75 نقطة

$$x_2 \geq 6000$$

القيد الثالث: يعبر عن حجم السماد من المركب A الذي يجب توافره على الاكثر في الطلبية 0.75 نقطة

$$x_1 \leq 8000$$

القيد الرابع: يعبر عن جم السماد من المركب C الذي يجب توافره على الأقل في الطلبية 0.75 نقطة

$$x_3 \geq 4000$$

ثالثا قيود عدم أو لا سلبية المتغيرات: 0.75 نقطة

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

ومنه يمكن كتابة البرنامج الخطي بالصيغة التالية: 01 نقطة

$$\begin{cases} \text{Min} = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 24000 \\ x_2 \geq 6000 \\ x_1 \leq 8000 \\ x_3 \geq 4000 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

### حل التمرين الثاني:

1. إيجاد منطقة الحلول العملية الممكنة:

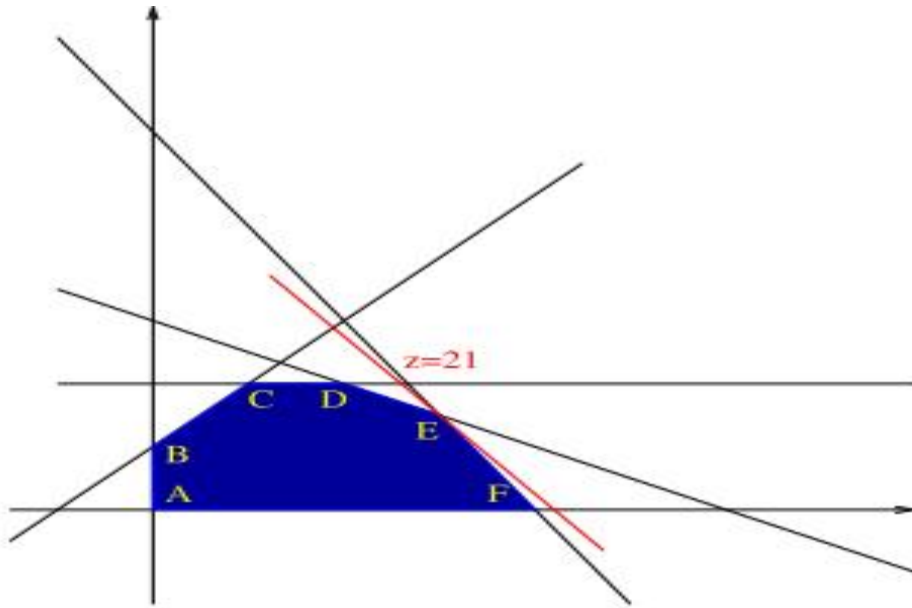
يكون ذلك بتحويل المعادلات إلى متراجحات ثم تعيين النقاط المساعدة ورسم المستقيمات على معلم

متعامد ومتجانس وبالتالي الحصول على منطقة الحلول العملية الممكنة.

النقاط المساعدة: 01 نقطة

| قيمة X2 | قيمة X1 | القيد        |
|---------|---------|--------------|
| 6       | 0       | القيد الأول  |
| 0       | 4       |              |
| 3       | 0       | القيد الثاني |
| 0       | 6       |              |
| 2       | 0       | القيد الثالث |
| 1       | 0       | القيد الرابع |
| 0       | -1      |              |

التمثيل البياني: 1.5 نقطة



منطقة الحلول العملية الممكنة منحصرة في المضلع ABCDEF

- تعيين احداثيات نقاط التقاطع: كل نقطة بـ 2.25 نقطة

| النقطة | التقاطع                            | احداثيات النقاط | قيمة دالة الهدف |
|--------|------------------------------------|-----------------|-----------------|
| A      | نقطة الأصل                         | (0,0)           | Z=00            |
| B      | تقاطع القيد الأول مع محور الفواصل  | (4,0)           | Z=20            |
| C      | تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني  | (3, 3/2)        | Z=21            |
| D      | تقاطع القيد الثاني مع القيد الثالث | (3/2, 2)        | Z=16.5          |
| E      | تقاطع القيد الرابع مع القيد الثالث | (1, 2)          | Z=13            |
| F      | تقاطع القيد الرابع مع محور الترتيب | (0, 1)          | Z=4             |

النقطة C: تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني

$$6x_1 + 4x_2 = 24$$

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

بحل جملة المعادلتين نجد: C(3,3/2)

2. إحداثيات نقطة الحل الأمثل هي النقطة C ذات الإحداثيات (3, 3/2) حيث أن دالة الهدف تكون في أعظم قيمة لها وهي  $Z=21$ . 0.5 نقطة
3. تحديد طبيعة الموارد: 0.5 نقطة عن كل مورد
- المورد الأول: مورد نادر لأنه يمر بركن الحل الأمثل.
  - المورد الثاني: مورد نادر لأنه يمر بنقطة الحل الأمثل.
  - المورد الثالث: مورد متوفر لأنه يشكل منطقة الحلول العملية الممكنة ولا يشكل نقطة الحل الأمثل.
  - المورد الرابع: مورد متوفر لأنه يشكل منطقة الحلول العملية الممكنة ولا يشكل نقطة الحل الأمثل.
4. أقصى زيادة يمكن أن يصل إليها القيد الأول: بمعنى ندرس حساسية القيد الأول 1.75 نقطة
- أي أن القيد الأول يصبح بالشكل الموالي:

$$6x_1 + 4x_2 = 24 + \Delta_1 \dots \dots \dots (01^-)$$

- أقصى نقطة يمكن أن يصل لها القيد الأول هي النقطة M والتي تعبر عن نقطة تقاطع القيد الثاني مع محور الفواصل أي أن:  $X_2=0$
- بعد التعويض بقيمة  $X_2=0$  في القيد الثاني نجد  $X_1=6$ .
- أي أن النقطة M تكون إحداثياتها هي (6, 0).
- بعد التعويض في المعادلة (01<sup>-</sup>) نجد:

$$6 \times 6 + 4 \times 0 = 24 + \Delta_1$$

أي:

$$\Delta_1 = 12$$

قيمة دالة الهدف عند هذه النقطة هي:

$$Max Z = 5 \times 6 + 4 \times 0 = 30$$

حل التمرين الثالث:

1. إيجاد البرنامج الخطي الموافق لجدول الحل الأولي: 1.5 نقطة

$$Max Z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. أوجد الكميات من  $X_1$  و  $X_2$  التي تعطينا حلا مثاليا لهذا البرنامج باستخدام طريقة السمبلكس.

|                   | $c_j$                | 2     | 4     | 0     | 0     |      |
|-------------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|------|
| (C <sub>b</sub> ) | عمود الاساس<br>$X_b$ | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | الحل |
| 0                 | $S_1$                | 1     | 2     | 1     | 0     | 5    |
| 0                 | $S_2$                | 1     | 1     | 0     | 1     | 4    |
| $Z_j$             |                      | 0     | 0     | 0     | 0     | 00   |
| $C_j - Z_j$       |                      | 2     | 4     | 0     | 0     |      |

الحل الموجود في جدول الحل الأولي حل غير مثالي لأن هناك قيما في السطر  $C_j - Z_j$  أكبر تماما من الصفر

0.5 نقطة

تحسين الحل: 01 نقطة

المتغير الذي يدخل للأساس هو  $X_1$

المتغير الذي يخرج من الأساس هو  $S_1$

وبالتالي يكون جدول الحل الثاني كما يلي:

جدول الحل الثاني: 1.5 نقطة

|             | $C_j$                | 2     | 4     | 0     | 0     |          |
|-------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------|
| ( $C_b$ )   | عمود الأساس<br>$X_b$ | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | الحل     |
| 4           | $X_2$                | 1/2   | 1     | 1/2   | 0     | 2.5      |
| 0           | $S_2$                | 1/2   | 0     | -1/2  | 1     | 1.5      |
| $Z_j$       |                      | 2     | 4     | 2     | 0     | $Z = 10$ |
| $C_j - Z_j$ |                      | 0     | 0     | -2    | 0     |          |

الحل الموجود في الجدول الثالث هو حل مثالي وتمثل قيم المتغيرات ما يلي: 01 نقطة

$$S_2 = 1.5, S_1 = 0, X_2 = 2.5, X_1 = 0$$

أما قيمة رقم الأعمال والتي ينبغي أن تكون أعلى قيمة فهي  $Z = 10$ .

أستاذ المقياس: سعيدي زهير